



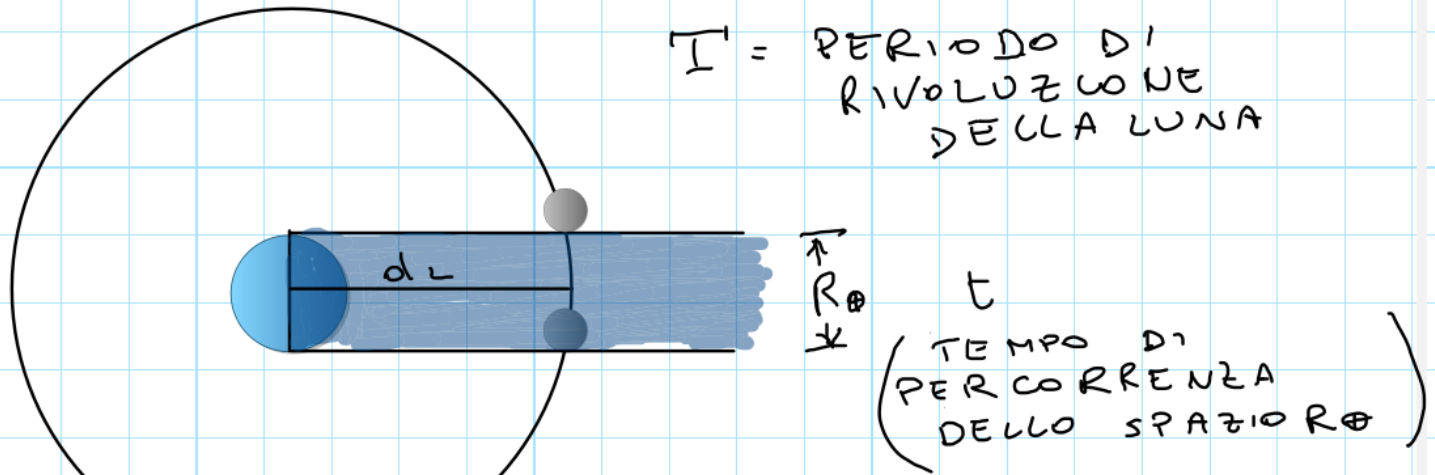
Le dimensioni del Cielo

I metodi di misura delle distanze
astronomiche

L'Astronomia a occhio nudo e le dimensioni dell'Universo

- determinazione della distanza Terra - Luna (Aristarco di Samo, III° secolo a.C.)
- determinazione della distanza Terra - Sole (Aristarco)
- determinazione del raggio terrestre (Eratostene)
- modelli del moto dei pianeti: sistema geocentrico (sfere e epicicli e deferenti) e sistema eliocentrico

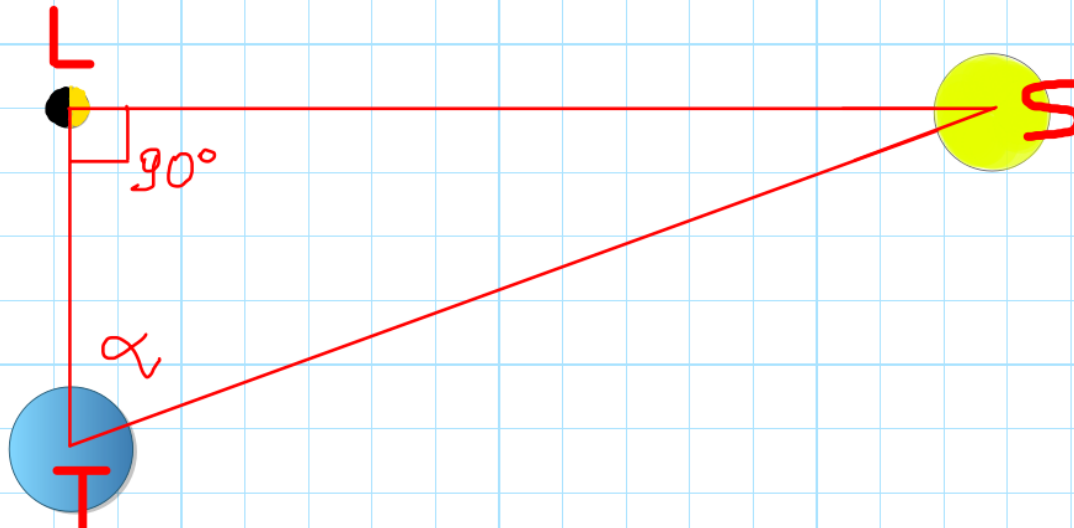
Metodo di Aristarco (1): misura della distanza della Luna



$$2\pi d_L : R_\oplus = T : t$$

$$d_L = \frac{R_\oplus T}{2\pi t}$$

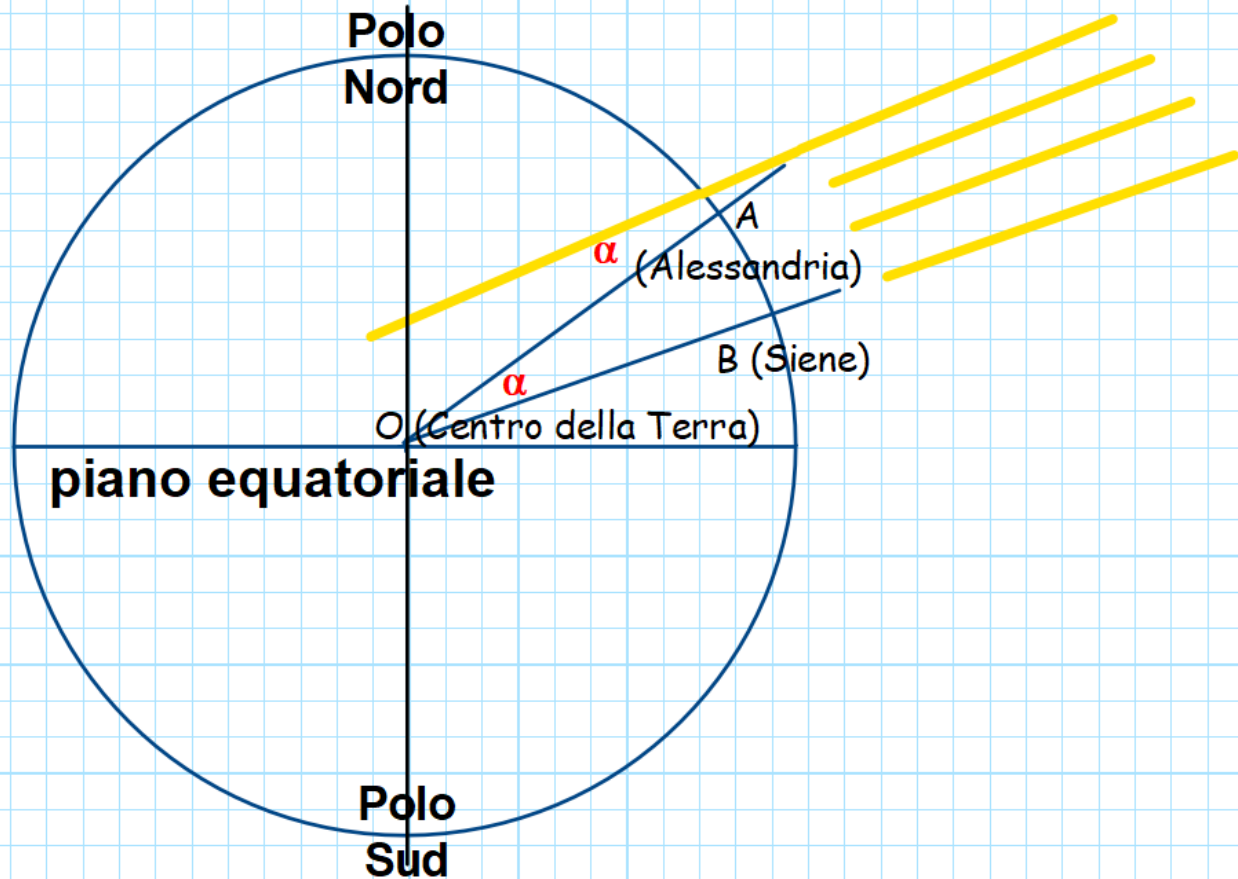
Metodo di Aristarco (2): misura della distanza Terra - Sole



$$LT = TS \cdot \cos \alpha$$

$$d_0 = TS = \frac{LT}{\cos \alpha}$$

Ma mancava ancora il raggio della Terra: Eratostene di Alessandria e la misura più precisa dell'antichità



$$\alpha^{\circ} : 360^{\circ} = \overbrace{AB}^{(ARCO)} : C^{(CIRCONFERENZA)}$$

C = CIRCONFERENZA
MERIDIANA

α° = DIFFERENZA DI LATITUDINE
TRA ALESSANDRIA E SIENE

$\widehat{AB}$ = ARCO DI MERIDIANO DISTANZA
TRA ALESSANDRIA E SIENE
(MISURATA DIRETTAMENTE
DAI "ZENATISTI")

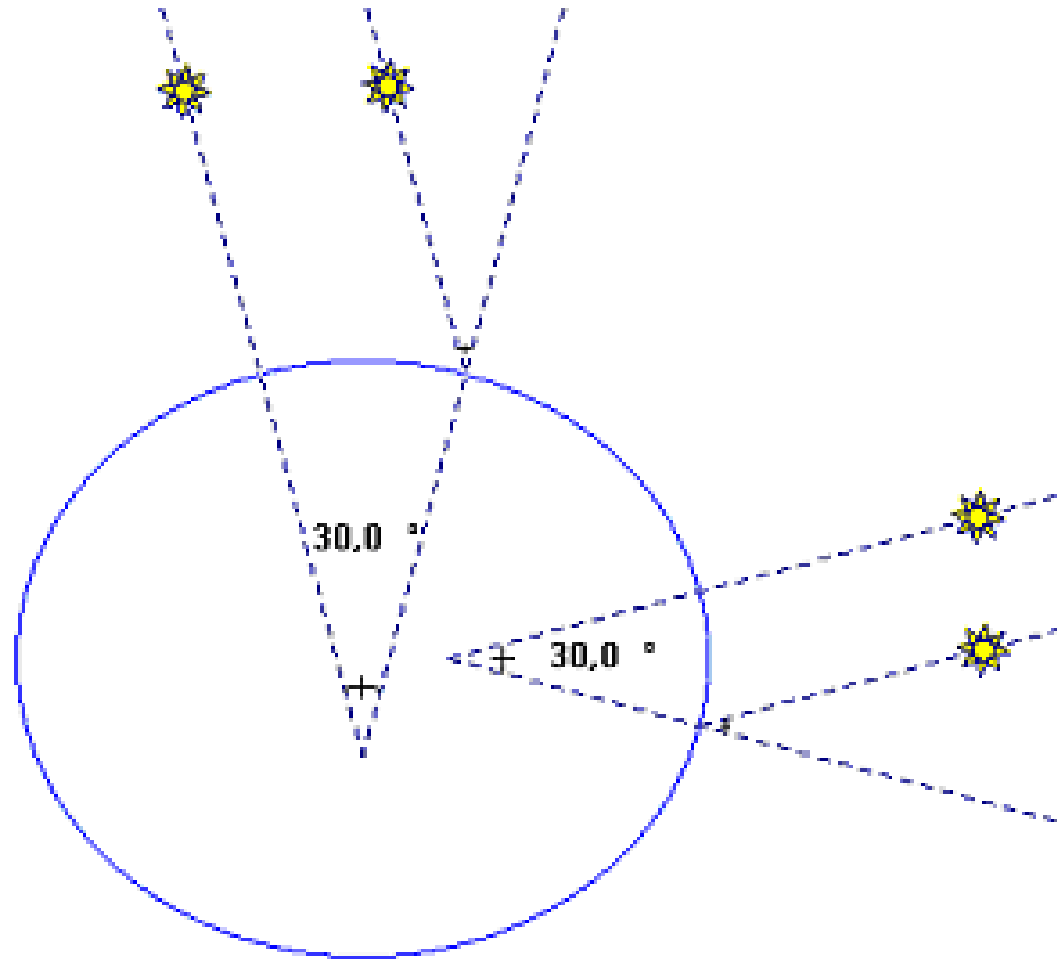
$$C = 2\pi R_\oplus = \frac{\widehat{AB} \cdot 360^\circ}{\alpha^\circ}$$





“Scafio” di Eratostene

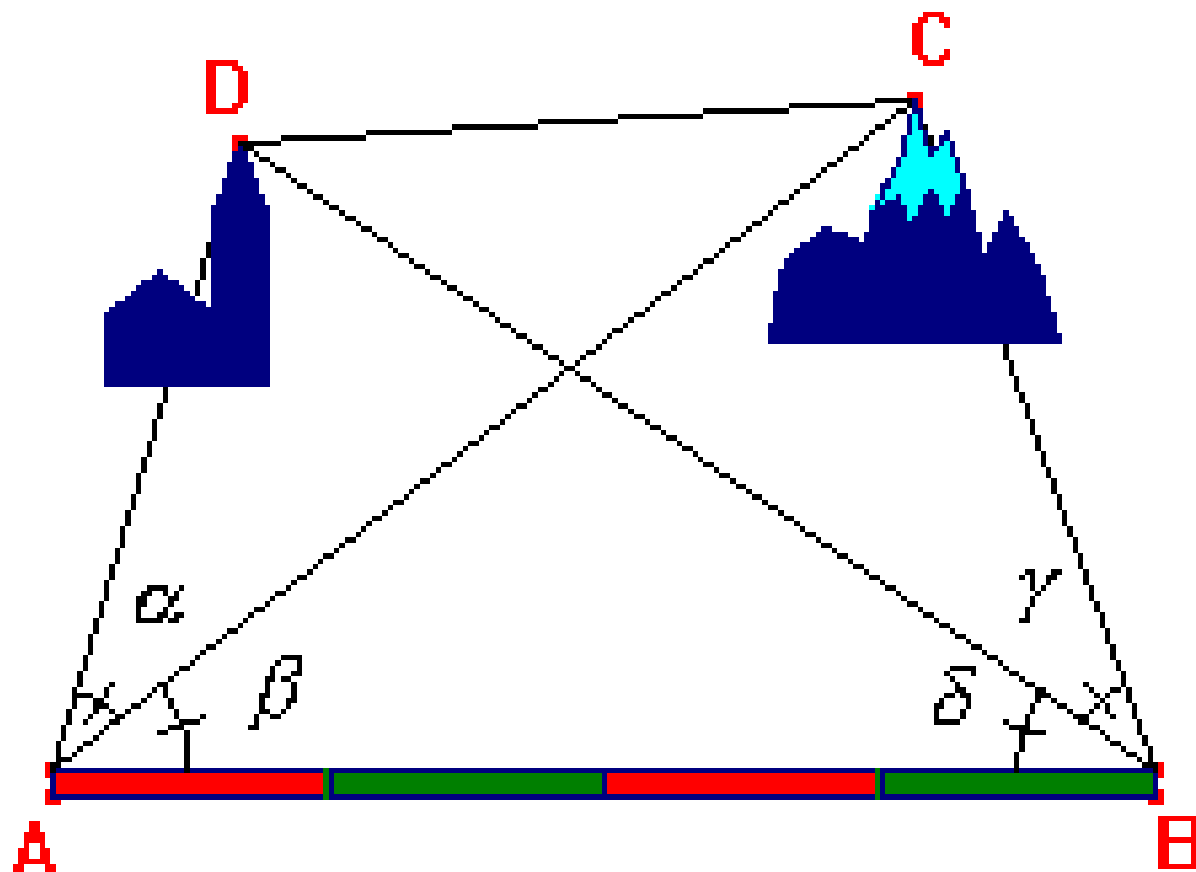
Il problema dell'appiattimento ai poli della Terra

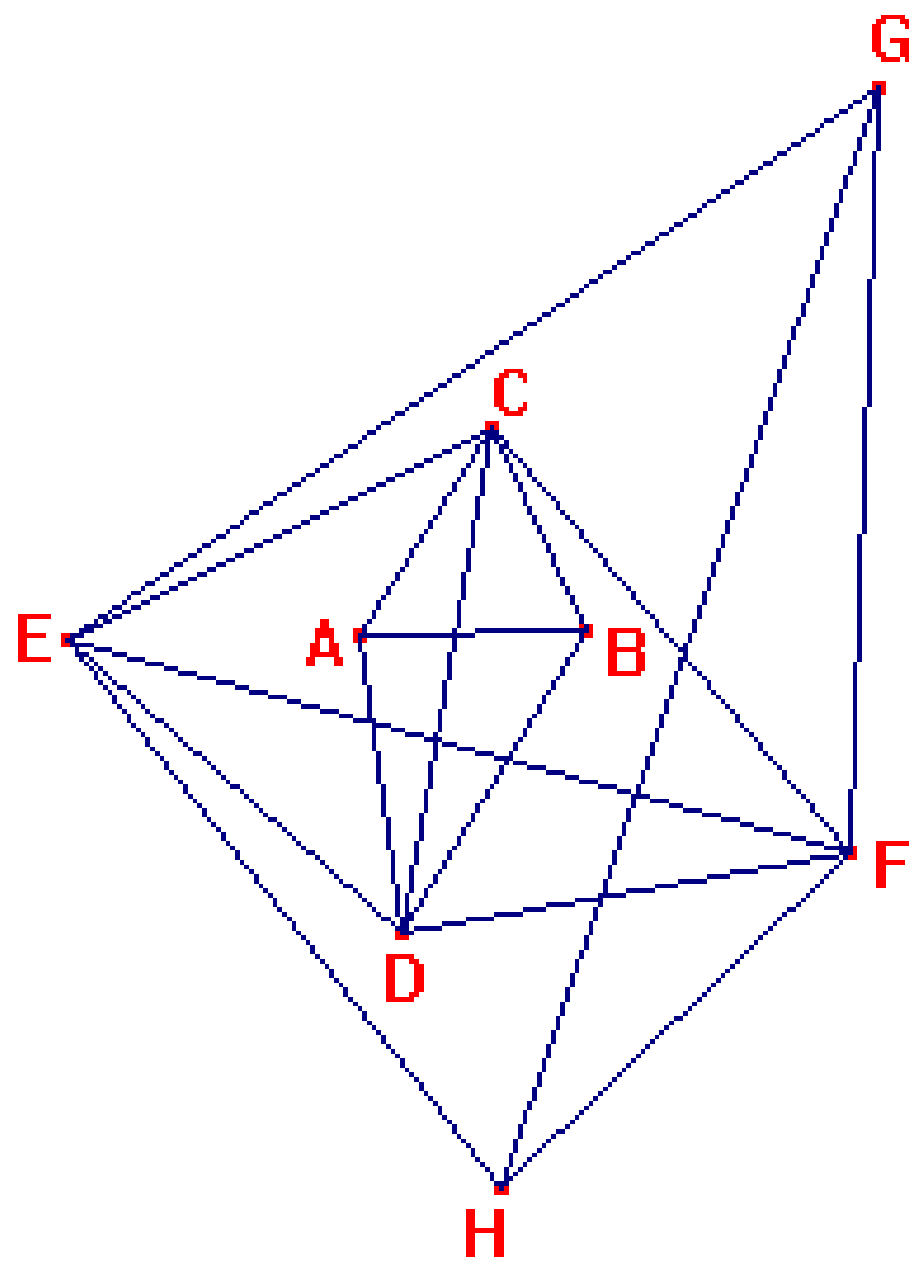


Il metodo per controllare se la curvatura della terra non è costante: la misura del “grado di meridiano” (XVII° secolo)

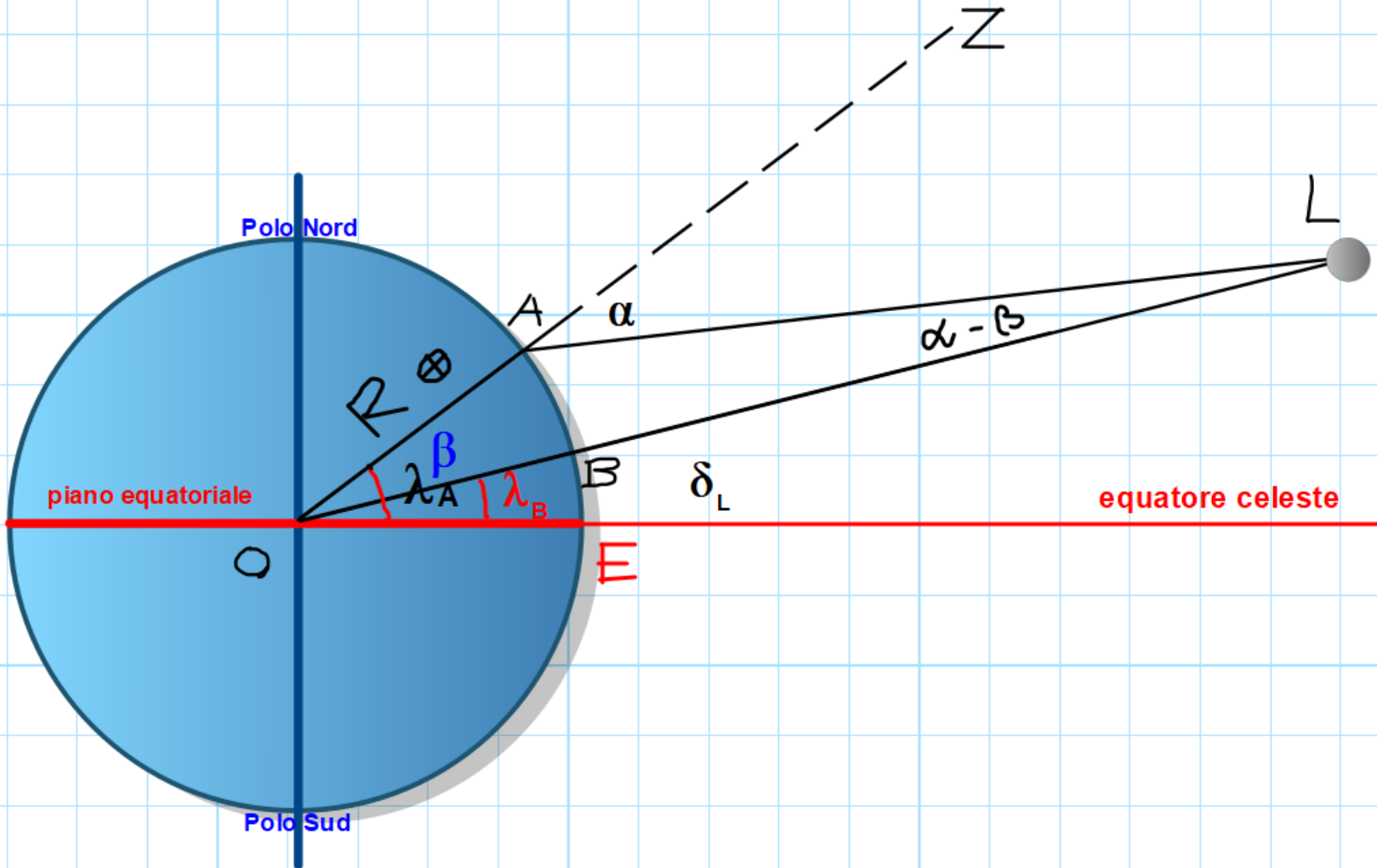
L'importanza della trigonometria

Triangolazioni topografiche

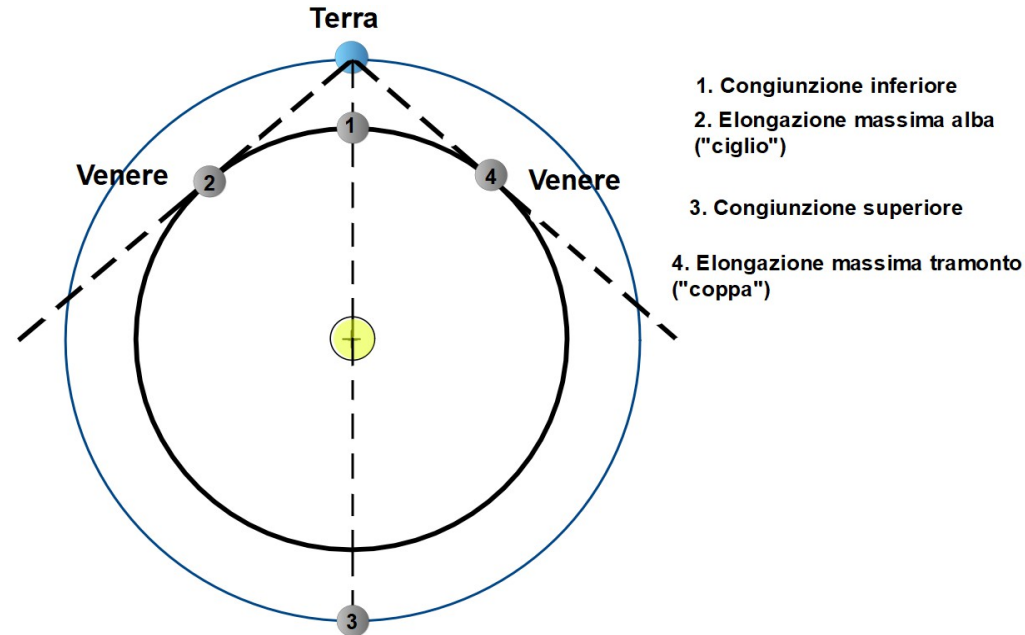
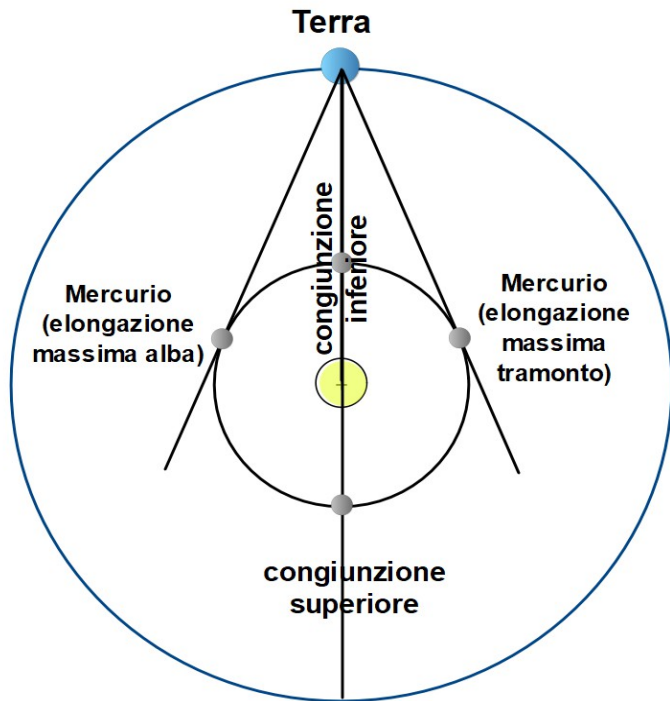




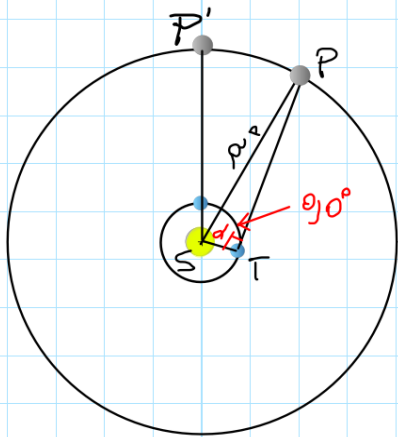
Tolomeo e la misura più precisa della distanza della Luna: la trigonometria al servizio dell'astrometria



La rivoluzione copernicana e il sistema solare



Le dimensioni dei moti dei pianeti si determinano in modo univoco

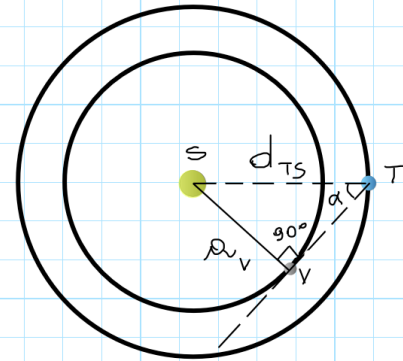


$\alpha = \text{ANGOLO TERRA} - \text{ANGOLO PIANETA}$
 $\alpha_T - \alpha_P$

$$\alpha_T : 360^\circ = t : T_\oplus$$

$$\alpha_P : 360^\circ = t : T_P$$

$$r_P = \overline{SP} = \frac{\overline{ST}}{\cos \alpha} = \frac{d_{TS}}{\cos \alpha}$$



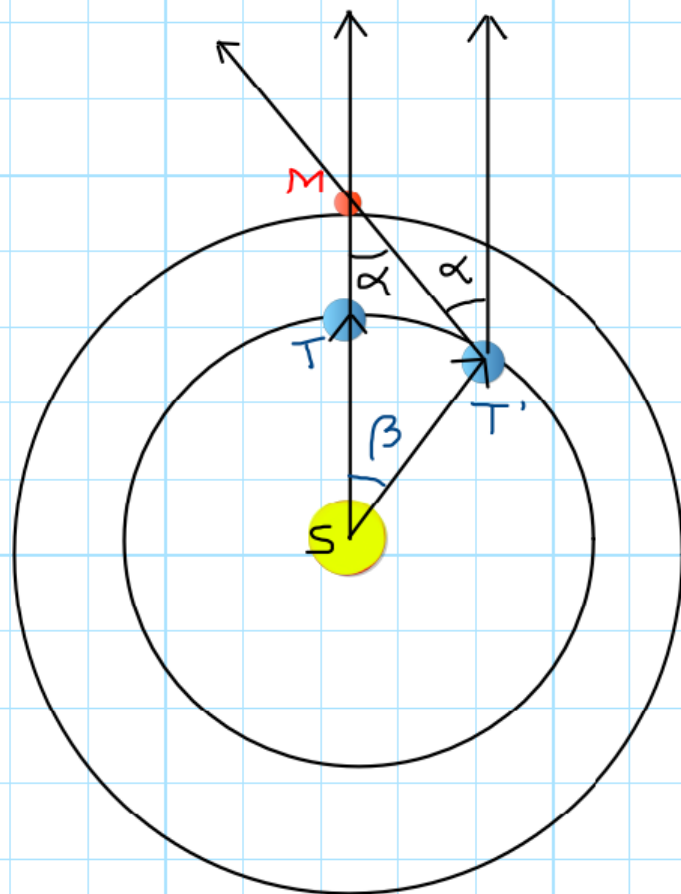
$$\alpha \approx 43^\circ \div 47^\circ \approx 45^\circ$$

$$r_V = d_{TS} \cdot \sin 45^\circ =$$

$$= 1,5 \cdot 10^8 \text{ Km} \cdot 0,707 \approx 1,06 \cdot 10^8 \text{ Km.}$$

(DISTANZA DI VENERE DAL SOLE)

Metodo delle opposizioni di Keplero (ancora trigonometria)



$$\frac{\overline{ST'}}{\text{sen } \alpha} = \frac{\overline{SM}}{\text{sen}(\pi - \alpha - \beta)}$$

$$\frac{\overline{ST'}}{\text{sen } \alpha} = \frac{\overline{SM}}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{d_{TS}}{\text{sen } \alpha} = \frac{d_{MS}}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

Con la trigonometria Keplero ricavò l'orbita della Terra e quella di Marte: così nacquero le leggi di Keplero.

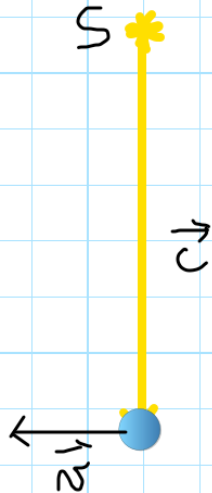
Dal teorema dei “seni”:

$$SP = \frac{T_1 S}{\text{sen}(\hat{SPT}_2)} \cdot \text{sen}(P\hat{T}_2S)$$

Keplero e le orbite ellittiche (“Astronomia nova”): 2 ordini di problemi

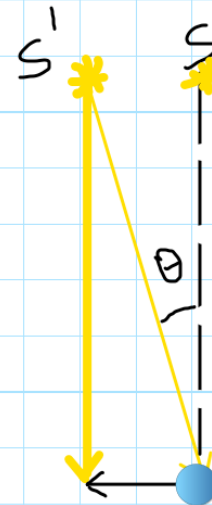
- determinare con esattezza l’orbita della Terra (con osservazioni successive a distanza di un anno sidereo di Marte a partire da una opposizione)
- cercare più opposizioni di Marte e le osservazioni un anno sidereo dopo, per trovare più posizioni di Marte nello spazio e verificarne la possibile traiettoria (vedi figura precedente).

1735: James Bradley misurando l'aberrazione della luce delle stelle misura la velocità istantanea della Terra



Nel sistema di riferimento della stella

$$\tan \theta \approx \theta \approx \frac{v}{c}$$



Nel sistema di riferimento della Terra

$$\left(\begin{array}{l} c = \text{VELOCITÀ DELLA LUCE} \\ v = \text{VELOCITÀ DELLA TERRA} \end{array} \right)$$

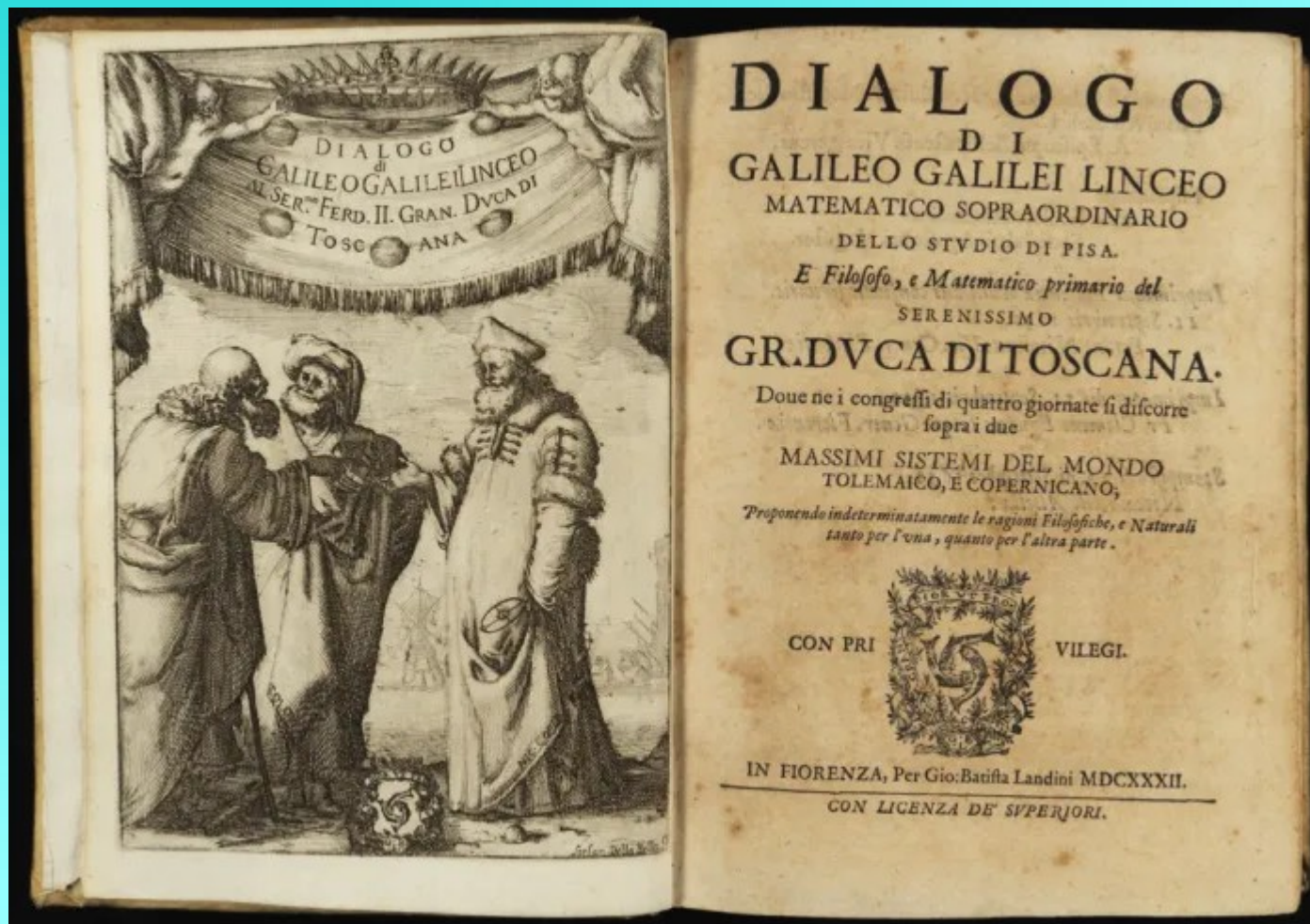
Dalla determinazione più precisa della velocità della Terra (modulo, direzione e verso) si ricavano informazioni più precise sulla sua orbita grazie alle leggi della dinamica e alla legge della gravitazione universale.

Conoscendo l'orbita della Terra con esattezza si possono determinare con esattezza le orbite degli altri pianeti.

Tycho Brahe



Galileo e il Dialogo



Le distanze stellari

W. Herschel e i primi tentativi di “Costruzione del Cielo”

La parallasse trigonometrica (F. W. Bessel 1837)

La parallasse dinamica (applicazione della terza legge di Keplero)

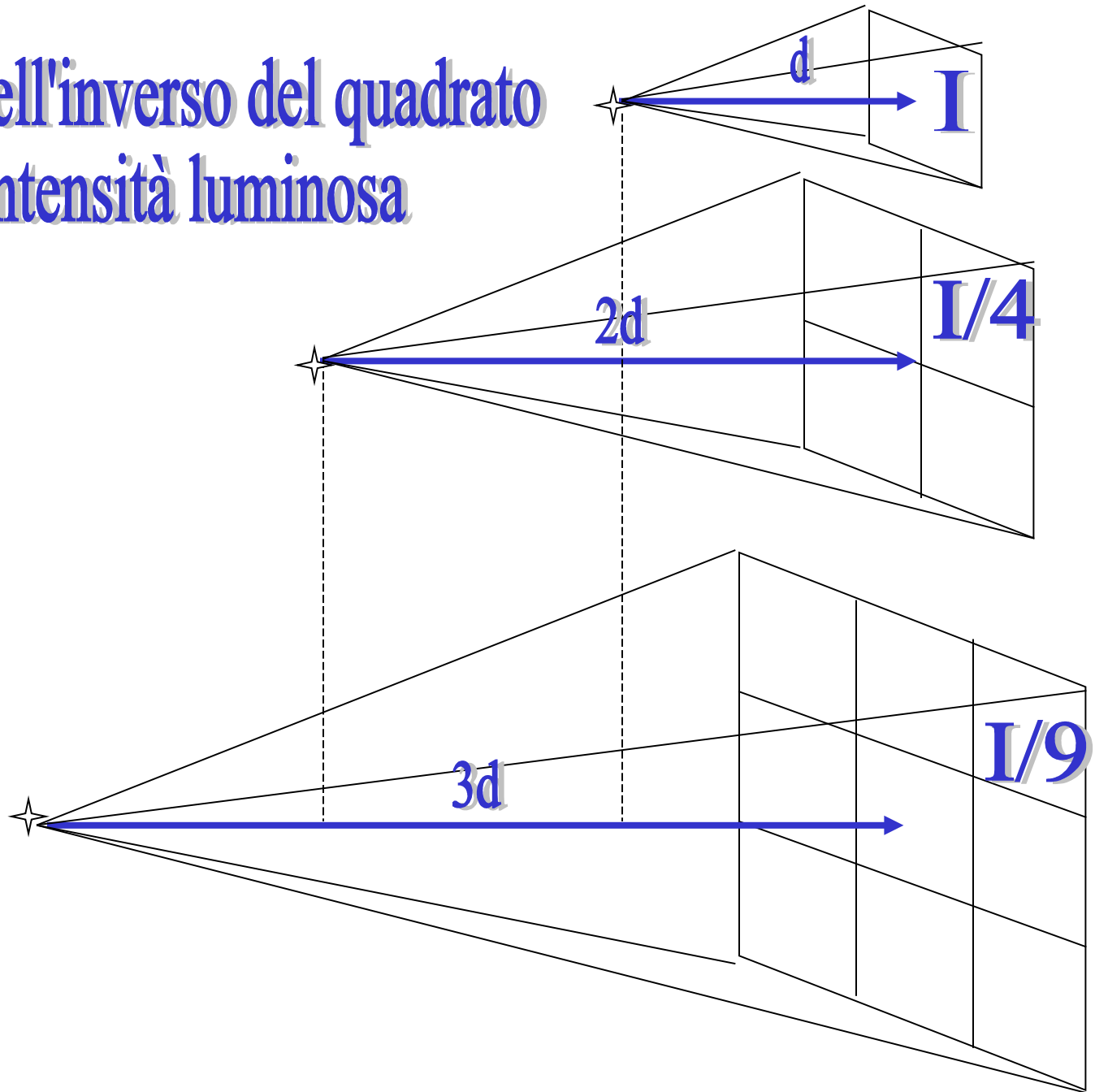
Il metodo delle “correnti stellari” (i moti propri delle stelle degli ammassi aperti)

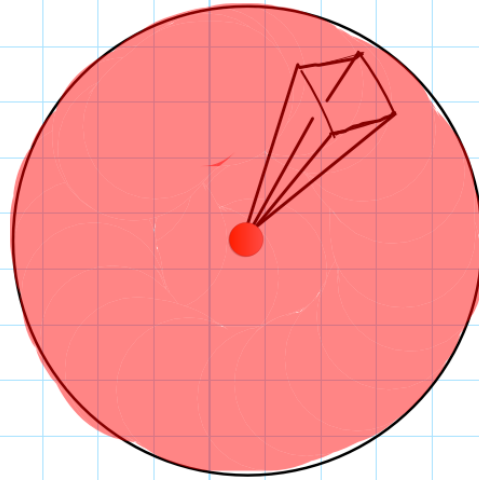
Il diagramma H.R. e la sua applicazione astrometrica

Le Cefeidi e la relazione periodo - luminosità

Dalla determinazione delle distanze stellari
e dalla misura della magnitudine apparente
segue la determinazione della luminosità
effettiva delle stelle stesse (formula di
Pogson)

La legge dell'inverso del quadrato dell'intensità luminosa

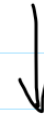




LUMINOSITÀ



$$I = \frac{L}{4\pi d^2}$$



FLUSSO
LUMINOSO

$$L = \frac{\text{ENERGIA EMESSA}}{\text{TEMPO}}$$

$$I = \frac{\text{ENERGIA EMESSA}}{\text{TEMPO} \times \text{SUPERFICIE}}$$

M = magnitudine assoluta (legata alla luminosità)

m = magnitudine apparente (legata al flusso e misurata con i fotometri)

$$m = -2,5 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$M = -2,5 \log \left(\frac{I_{10}}{I_0} \right)$$

I_0 = FLUSSO A MAGNITUDINE 0 (STELLA DI RIFERIMENTO)

I_{10} = FLUSSO LUMINOSO DELLA STELLA PORTATA A 10 pc DI DISTANZA.

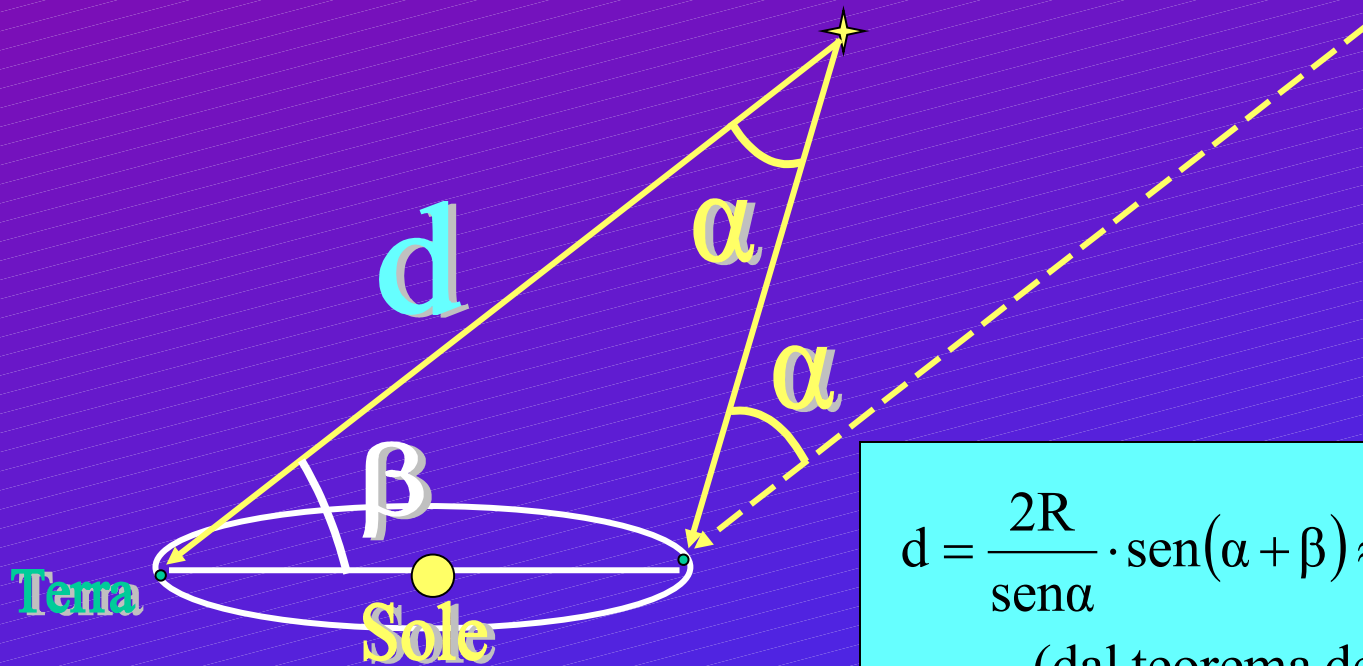
Relazione tra M, m e la distanza d

FORMULA DI POGSON

(LEGGE DELL'INVERSO DEL QUADRATO)
IN SCALA LOGARITMICA

$$M - m = 5 - 5 \log d$$

Parallasse trigonometrica



$$d = \frac{2R}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha + \beta) \approx \frac{2R}{\sin \alpha} \cdot \sin \beta$$

(dal teorema dei seni)

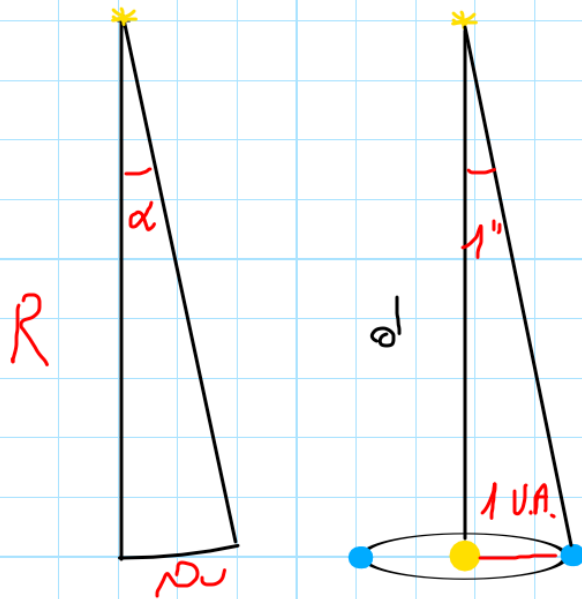
d = distanza della stella

R = distanza Terra - Sole

Unità di distanze astronomiche

- Unità astronomica (U.A.) = semiasse maggiore dell'orbita terrestre ($\approx 1,5 \cdot 10^8$ Km)
- Anno luce = distanza percorsa dalla luce in un anno (300000 Km/s $\cdot 3,15 \cdot 10^7$ s)
- Parsec (pc) = distanza alla quale il semiasse dell'orbita terrestre sottende un angolo di $1''$.

Un po' di calcoli ...



$$\alpha_{\text{RAD}} : 2\pi = \frac{1^\circ}{360^\circ} ; \quad \text{(trasformazione da gradi a radianti)}$$

$$1'' = \frac{1^\circ}{3600}$$



$$d = 1 \text{ parsec}$$

$$1'' = \frac{1}{206265} \text{ RAD} \quad \text{(1'' in radianti)}$$

$$\alpha = \theta_{\text{RAD}} \approx d \cdot \frac{1}{206265} = 1 \text{ U.A.} \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ Km}$$

$$d = 1,5 \cdot 10^8 \text{ Km} \times 206265 = 1 \text{ pc} \\ (\text{1 PARSEC})$$

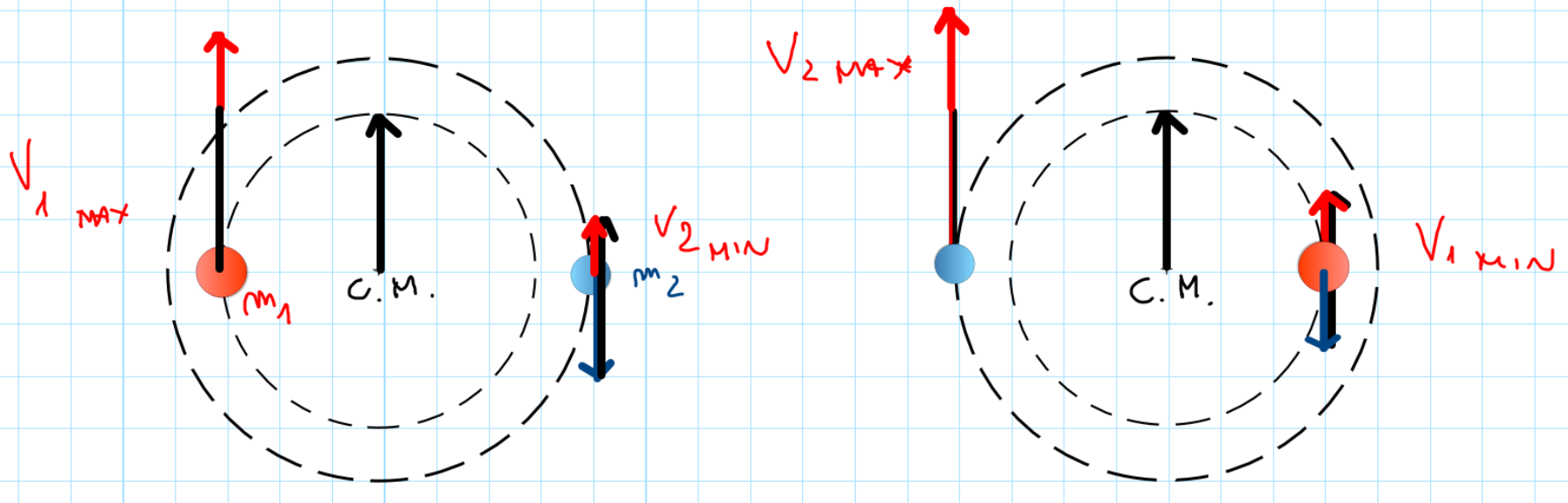
$$1 \text{ pc} \approx 3,1 \cdot 10^{13} \text{ Km} \approx 3,26 \text{ a.l.}$$

$$1 \text{ a.l.} = 3,15 \cdot 10^{17} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{Km}}{\text{s}} \approx 9,5 \cdot 10^{12} \text{ Km}$$

Stelle doppie



Parallasse dinamica (si applica alle stelle doppie)

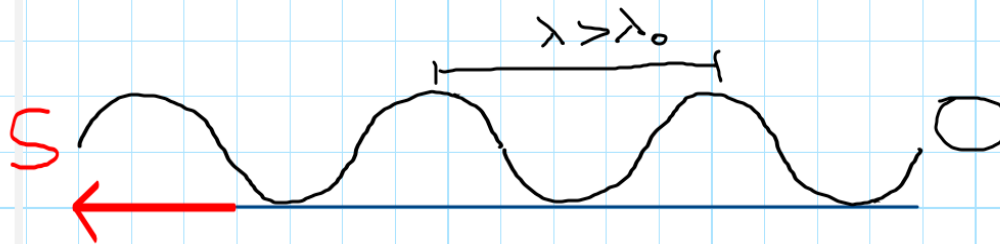


Da misura dello spostamento Doppler delle righe delle stelle si ricavano le velocità relative massime e minime delle due stelle.

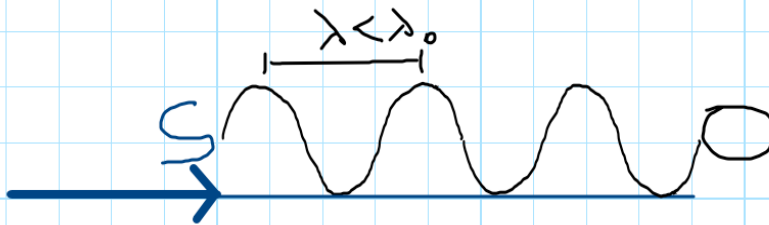
Effetto Doppler



Sorgente in
quiete



Sorgente in
allontanamento
(redshift)



Sorgente in
avvicinamento
(blueshift)

Formula

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

$$V_{CM} = \frac{V_{1\text{MAX}} + V_{1\text{MIN}}}{2} = \frac{V_{2\text{MAX}} + V_{2\text{MIN}}}{2}$$

$$V'_1 = V_{1\text{MAX}} - V_{CM} = V_{CM} - V_{1\text{MIN}} = \omega R_1$$

$$V'_2 = V_{2\text{MAX}} - V_{CM} = V_{CM} - V_{2\text{MIN}} = \omega R_2$$

Dalle velocità relative si ricava la velocità del centro di massa e si stimano le velocità di rotazione

Ricavando il periodo della periodicità delle misure si possono stimare i raggi orbitali ...

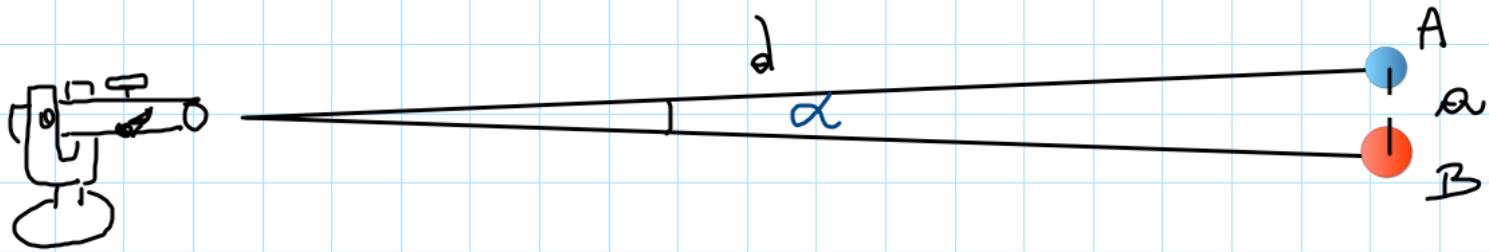
III^A
LEGGI DI
KEPLERO

$$\omega^2 a^3 = G (m_1 + m_2)$$

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = \frac{\omega^2 a^3}{G} \\ m_1 R_1 - m_2 R_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{MASSE STELLARI}$$

$$a = R_1 + R_2 = \text{DISTANZA}$$

... e utilizzando la terza legge di Keplero anche stimare le masse stellari.



$$a = 2d \sin \frac{\alpha}{2} \approx 2d \frac{\alpha}{2} = \alpha d$$

$$d = \frac{a}{\alpha}$$

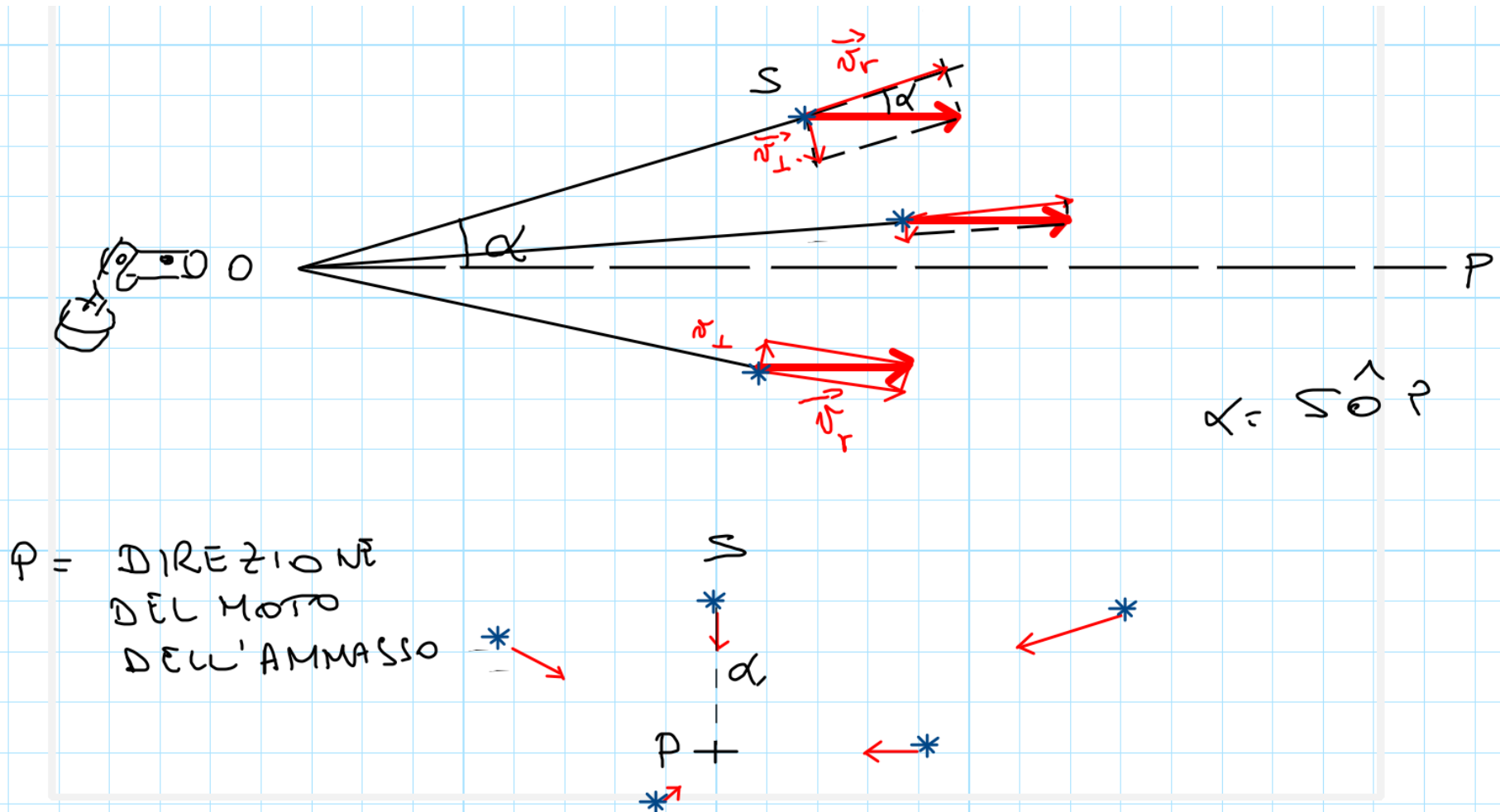
[DISTANZA
STELLARE]

Per doppie visuali, ricavata la distanza tra le due stelle posso stimare la loro distanza da noi utilizzando la relazione pitagorica tra raggio, arco e angolo al centro in radianti.

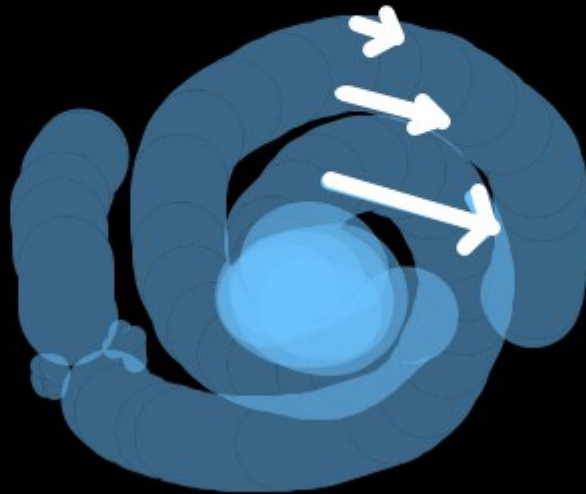
Doppie spettroscopiche: determinazione di una “funzione di massa” dalla velocità relativa radiale (osservata dallo spostamento Doppler degli spettri delle compagne): dalla stima della massa si ricava la luminosità (mediante la relazione massa – luminosità) e da questa e dalla magnitudine apparente si può stimare la distanza.

Doppie spettrovisuali: si può ricavare una stima di a dalle osservazioni e da questa stimare le masse, oppure viceversa da una stima delle masse (dall'effetto Doppler e dalla terza legge di Keplero) si ricava a e quindi, misurato direttamente α , d .

Metodo delle **correnti stellari** dalla misura dello spostamento angolare delle stelle di un ammasso



**Per la rotazione differenziata della
galassia le stelle hanno una moto relativo
al Sole**

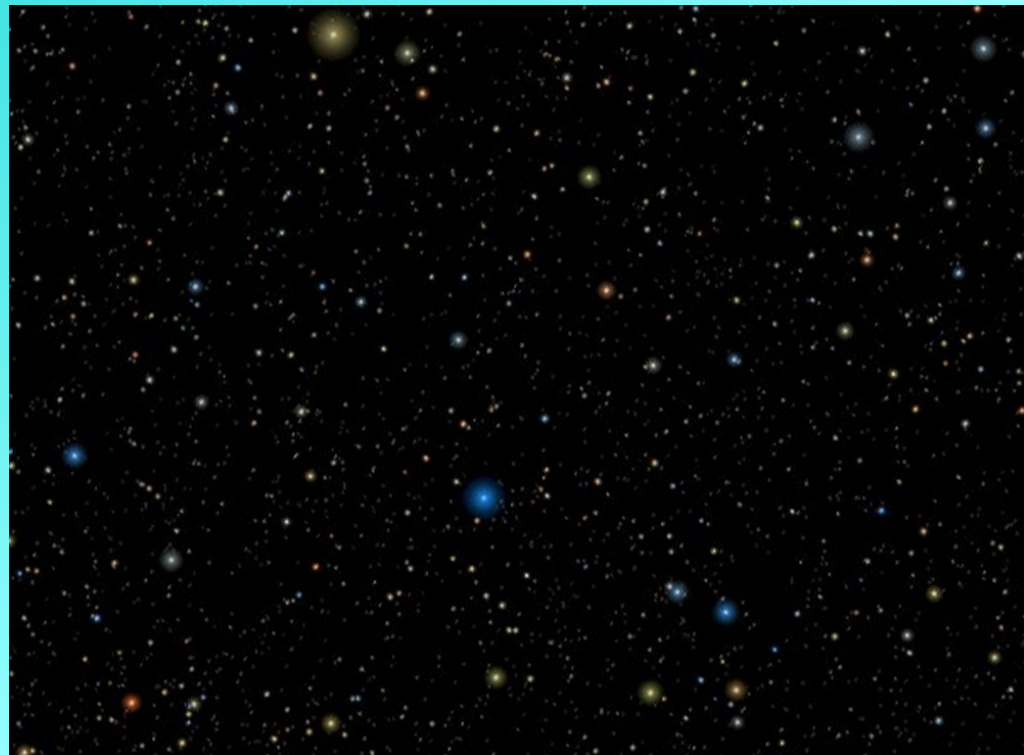


Ciò spiega le correnti stellari di un ammasso o associazione di stelle come le Iadi o le stelle della costellazione della Vergine.



Iadi

Costellazione
della Vergine



MISURE SPETTROSCOPICHE : REDSHIFT
(⁰BLUESHIFT)

$\Downarrow$
 σ_r

MISURE ASTROMETRICHE : POSIZIONE
DELLA
STELLA E
DISTANZA ANGOLARE
DAL " PUNTO RADIANTE"
(α)

$$v = \frac{v_r}{\cos \alpha}$$



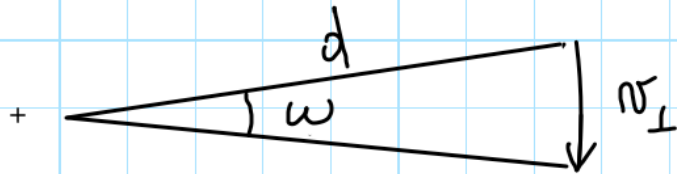
VELOCITÀ LINEARE DELLO
SPOSTAMENTO PROIETTATA
SUL PIANO VISUALE ($\perp$ ALLA
LINEA DI VISTA)

$$v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha$$

VELOCITÀ DELLO SPOSTAMENTO NEL
CIELO (ANGOLARE) $\rightarrow \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \omega$

$\Delta \theta$ = SPOSTAMENTO ANGOLARE DELLA
STELLA NELLA SFERA CELESTE
NEL TEMPO Δt .

$$v_{\perp} = d \cdot \omega \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_{\perp}}{\omega}$$



DISTANZA
DELLE STELLE
DELL'AMMASSO.

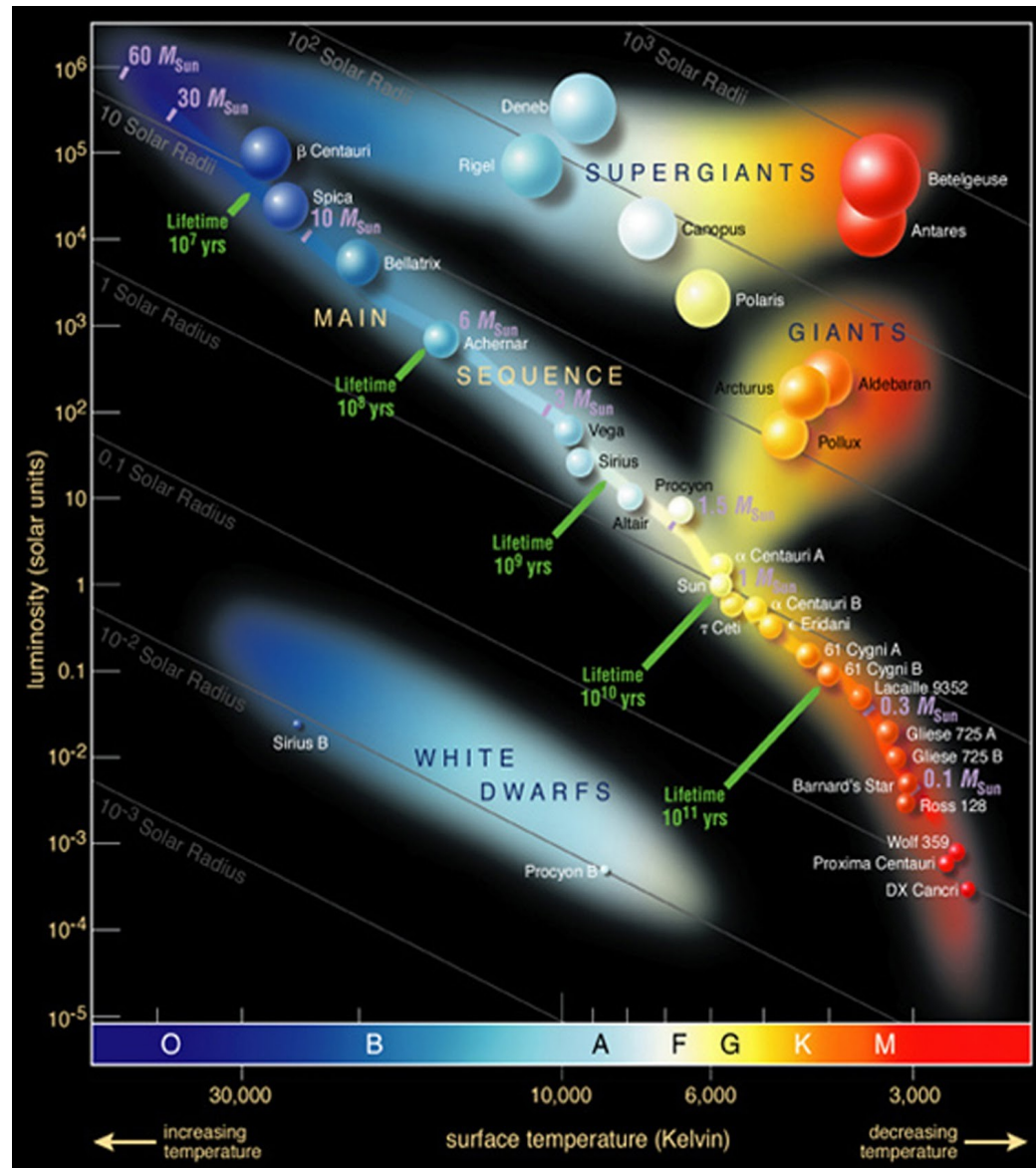
Il metodo della “candele campione”

Dalle osservazioni si possono riconoscere oggetti di cui si può ricavare la magnitudine assoluta M da deduzioni teoriche o inferenze statistiche.

Da misure fotometriche si può ottenere la magnitudine apparente.

Quindi mediante la formula di Pogson si ricava la distanza: $M - m = 5 - 5 \text{ Log } d.$

Il diagramma H. - R.



3. Parallasse spettroscopica



(a) A supergiant star has a low-density, low-pressure atmosphere: its spectrum has narrow absorption lines



(b) A main-sequence star has a denser, higher-pressure atmosphere: its spectrum has broad absorption lines

- Dallo spettro e dal colore si risale alla classe di luminosita' della stella
- per stelle della Sequenza Principale, dato il colore, si risale alla luminosita' vera, M
- se conosciamo la luminosita' apparente della stella, m , otteniamo il modulo di distanza
 - $M - m = -5 \log(D/(10 \text{ pc}))$
- ovvero D : **Parallasse Spettroscopica**
- vale fino a circa 10 kpc (cioe' all'interno della Galassia)

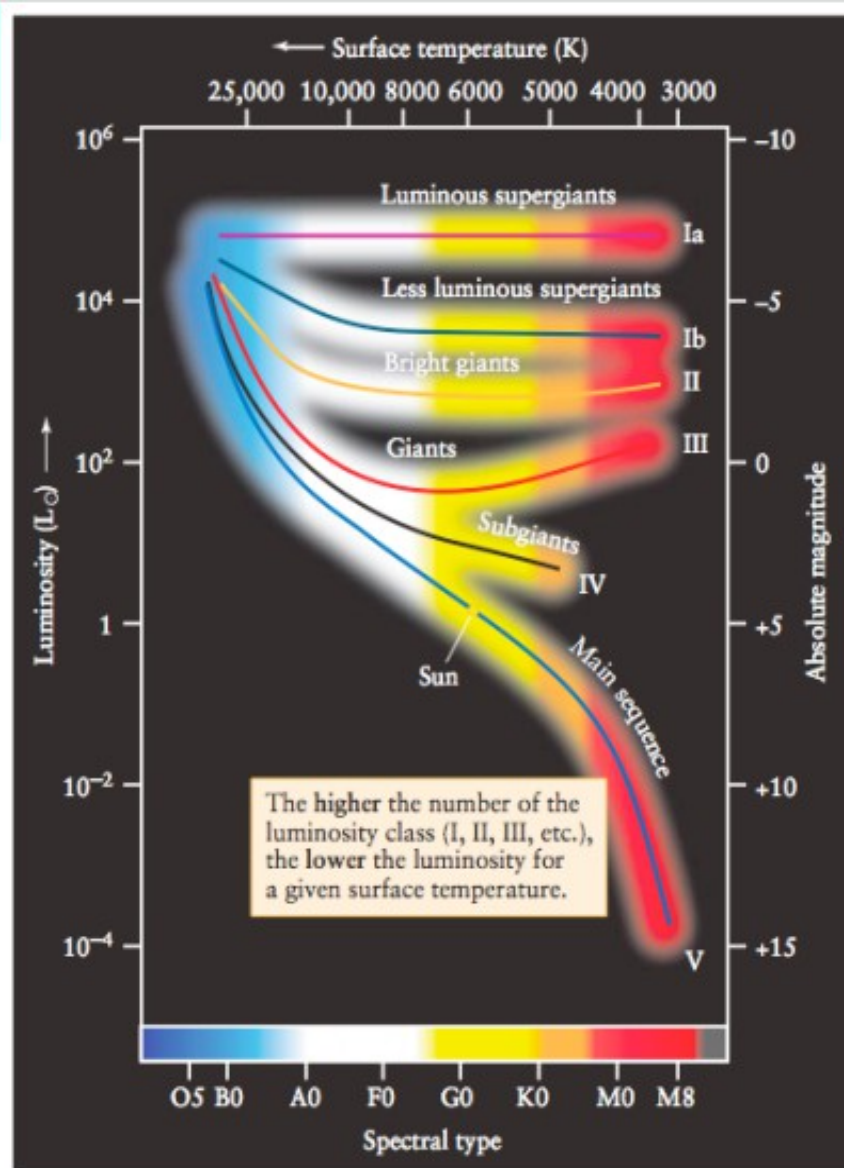
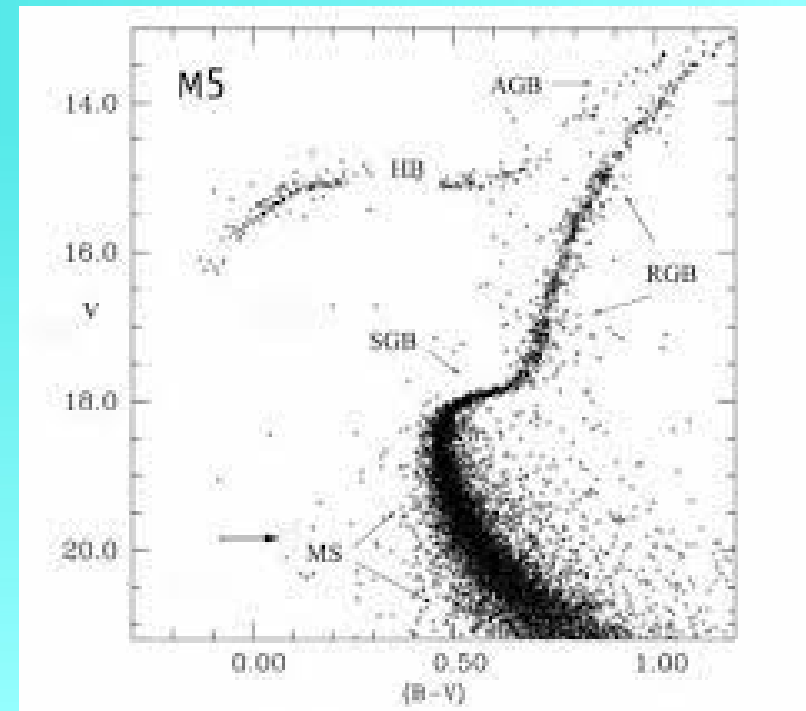
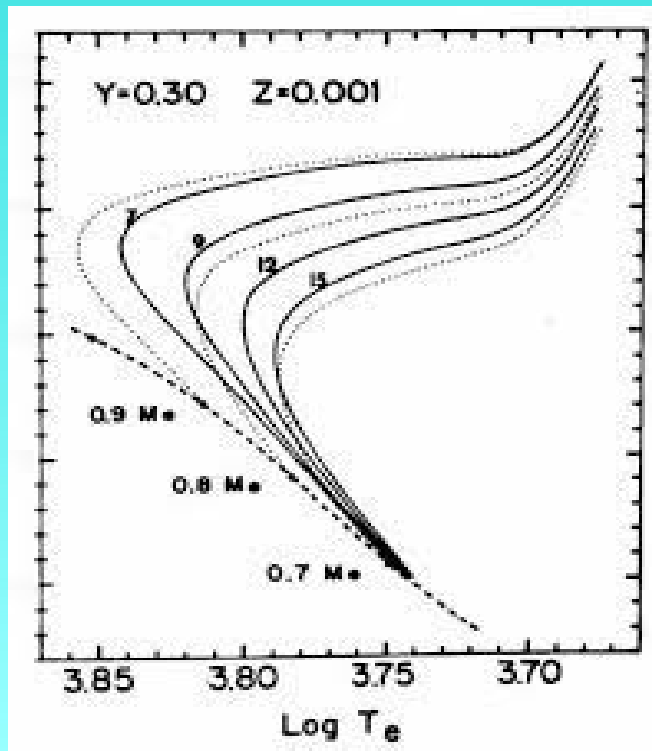


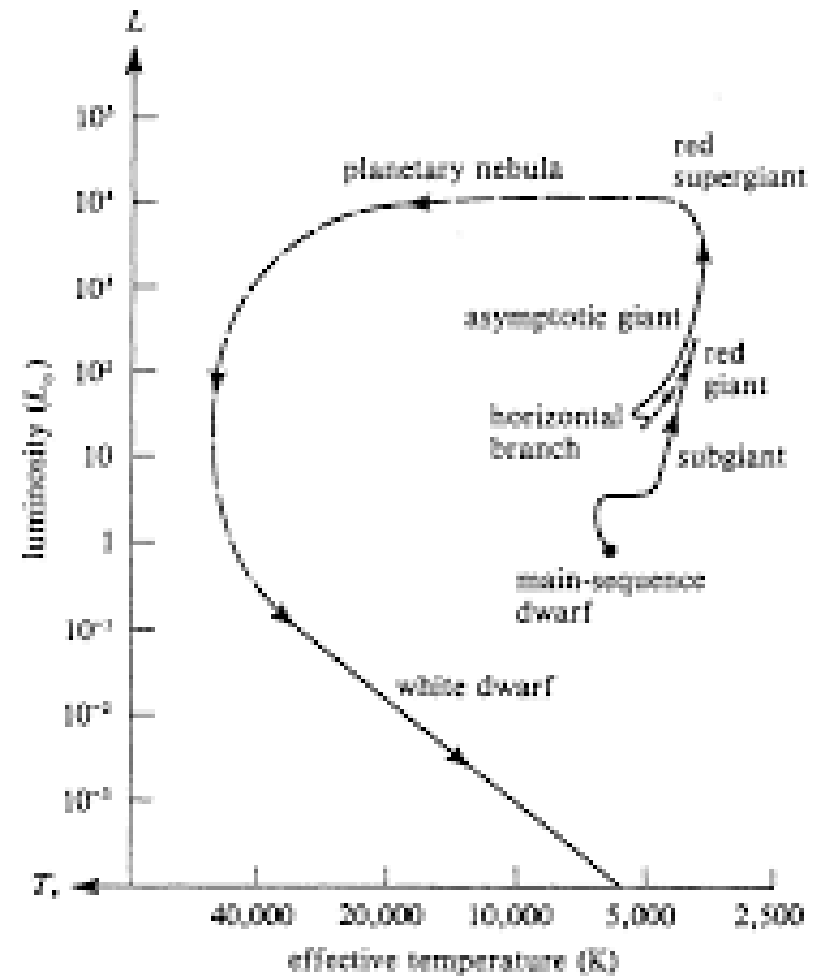
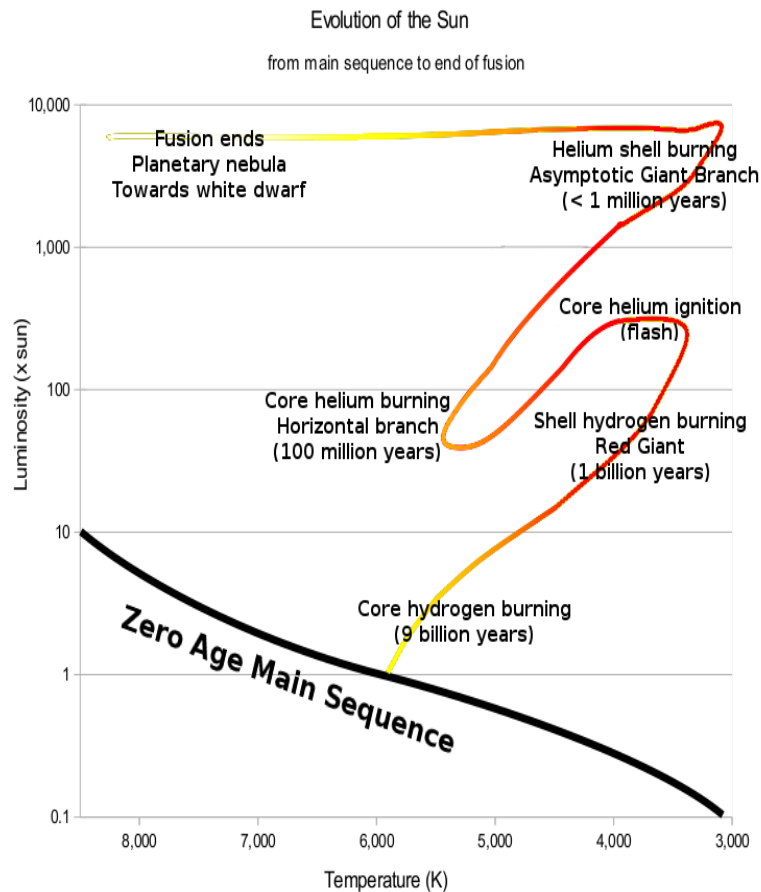
Figure 17-17

Luminosity Classes The H-R diagram is divided into regions corresponding to stars of different luminosity classes. (White dwarfs do not have their own luminosity class.) A star's spectrum reveals both its spectral type and its luminosity class; from these, the star's luminosity can be determined.

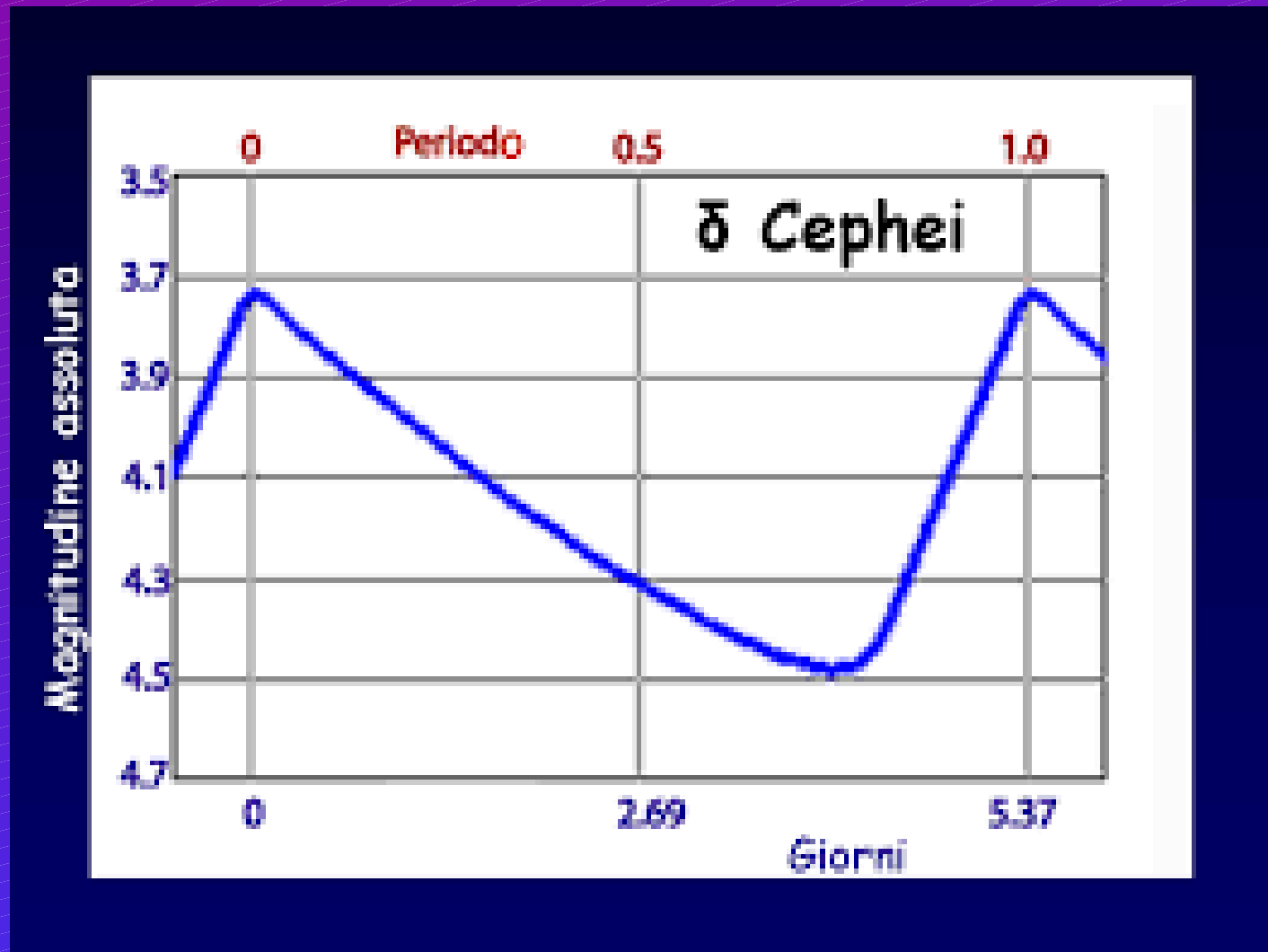
Studiando le linee evolutive di stelle di diversa massa si possono ricavare curve che rappresentano il diagramma H – R teorico di un gruppo di stelle di masse diverse in uno stesso istante della loro vita (“isocrone”). Confrontando queste ultime con i diagrammi H – R degli ammassi (magnitudine apparente) si può ricavare l'età dell'ammasso (in particolare dal cut – off, punto di uscita dalla sequenza principale) ma anche la magnitudine assoluta e quindi la distanza.



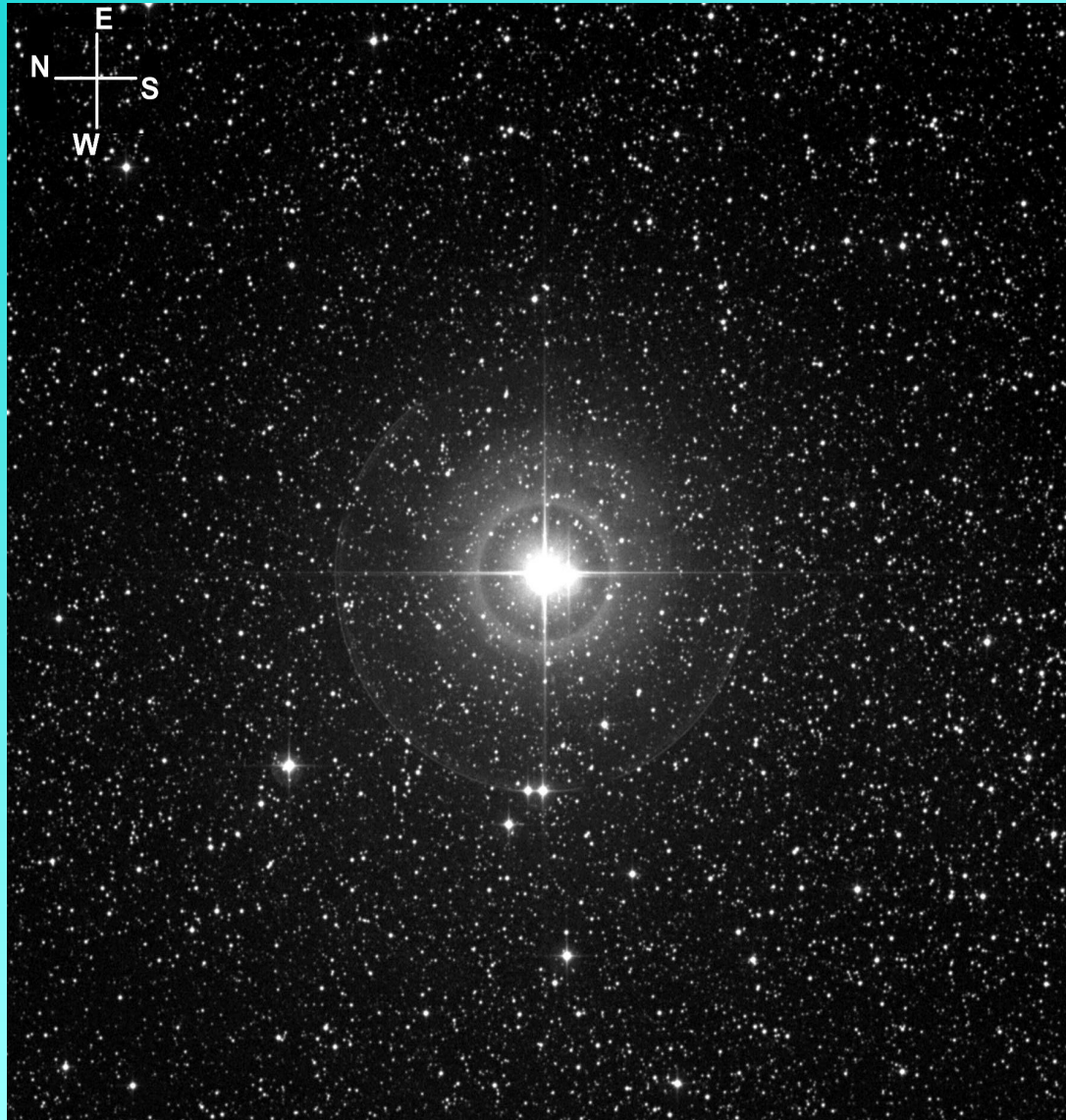
Il “tip” delle giganti rosse e il gomito delle nane bianche



Curva di luce di una variabile Cefeide classica

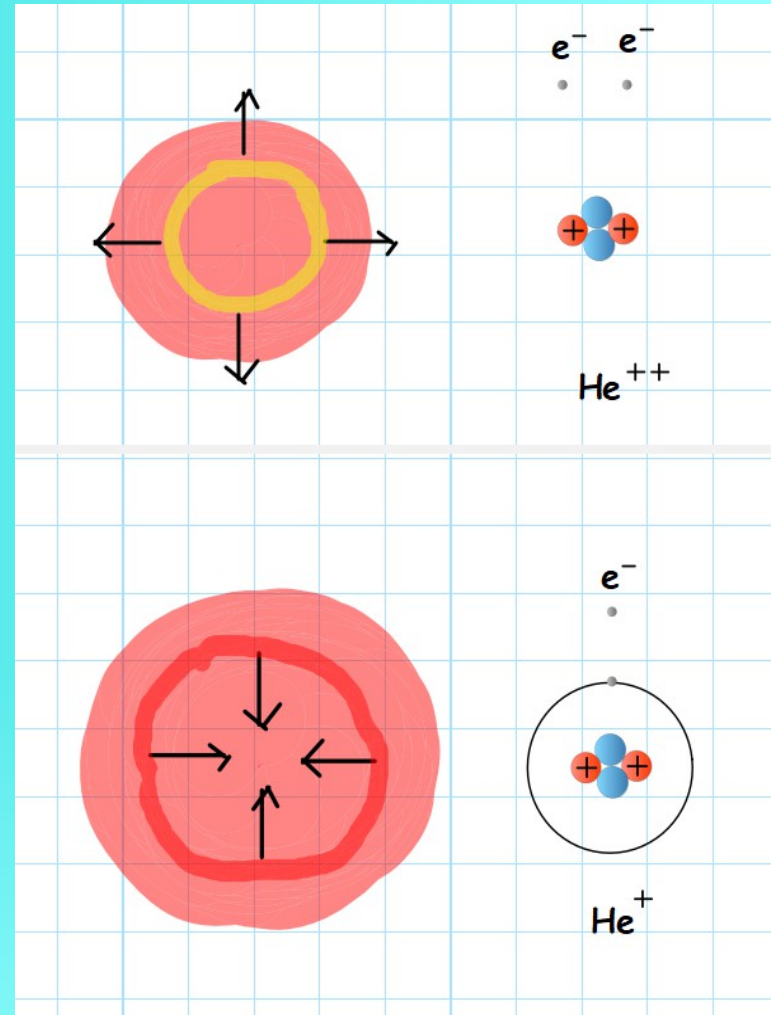


δ Cephei

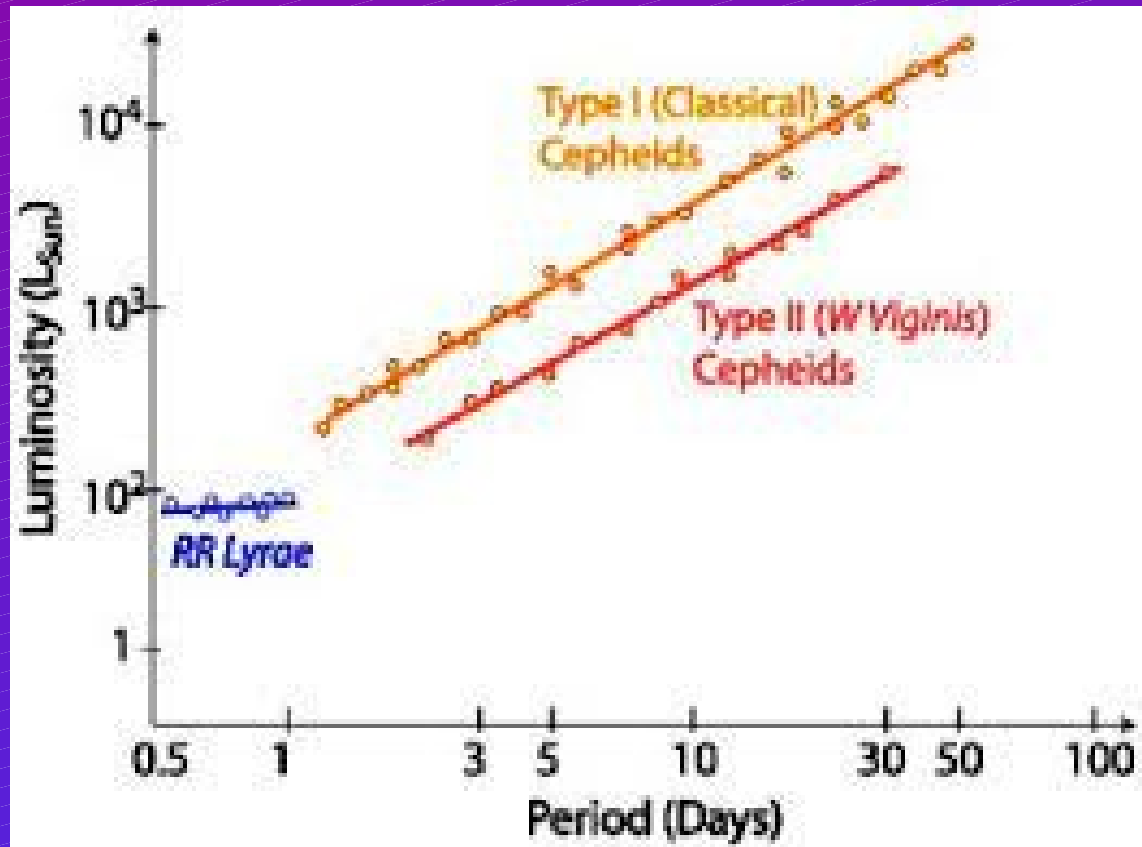


Le stelle variabili Cefeidi e la ionizzazione dell'elio

- al minimo di luminosita' l'Elio degli strati esterni e' caldo e doppiamente ionizzato, He^{++} quindi opaco: la pressione di radiazione lo spinge verso l'esterno, la luminosita' aumenta;
- espandendosi, l'Elio si raffredda e diventa ionizzato una volta, He^+ . L'opacita' diminuisce, la pressione di radiazione e' meno efficace, il gas si comprime, la luminosita' diminuisce
- la compressione scalda il gas e aumenta la ionizzazione, quindi l'opacita': il ciclo riprende.



Relazione periodo – luminosità (t – M)



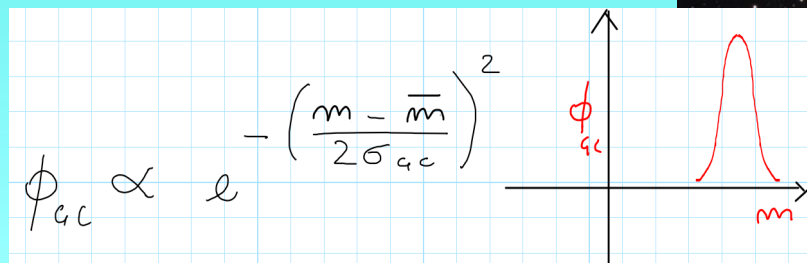
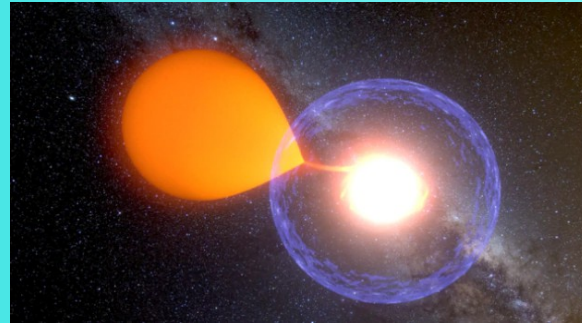
Esempio di relazione tra magnitudine assoluta e periodo di una cefeide classica di popolazione I

$$M = -2,85 \log T - 1,37.$$

Poiché le Cefeidi sono stelle di luminosità elevata e possono essere risolte in altre galassie, con tale metodo si è cominciato a stimare la distanza di queste ultime e, compreso che esse sono oggetti al di fuori della Via Lattea a ricavare informazioni fondamentali sulla distribuzione della materia nell'Universo

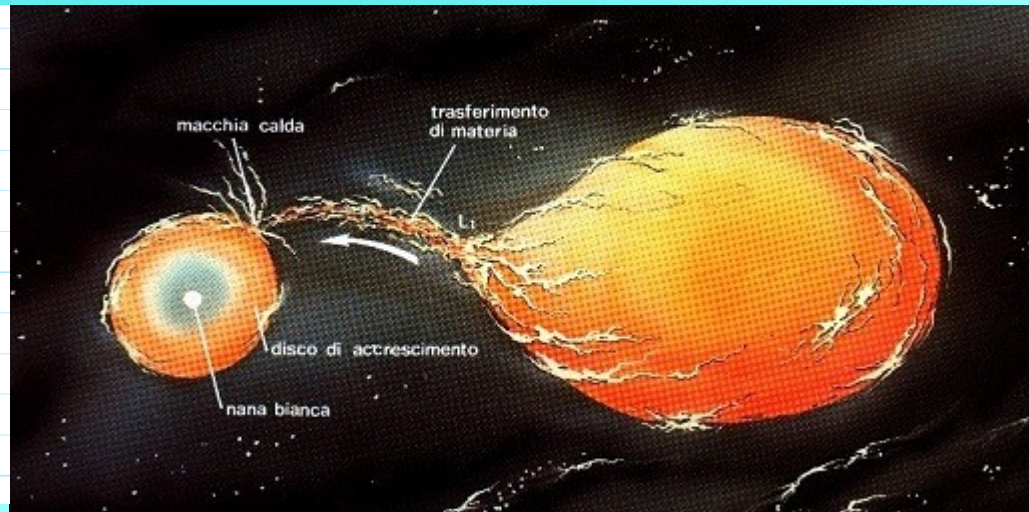
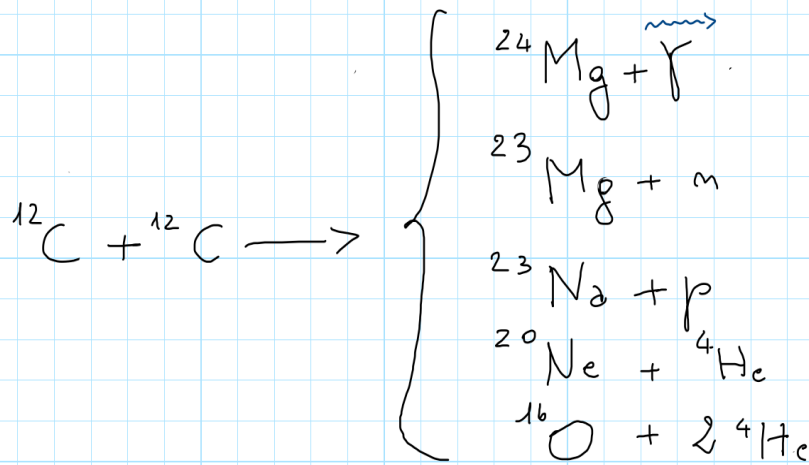
Altre possibili candele campione

- Stelle “novae” e regioni HII (Nebulose di idrogeno ionizzato)
- Ammassi globulari (si è visto che le loro magnitudini hanno una distribuzione gaussiana stretta per campioni molto numerosi e la funzione di luminosità è indipendente dal campione)



Alcuni metodi di calibrazione delle distanze galattiche

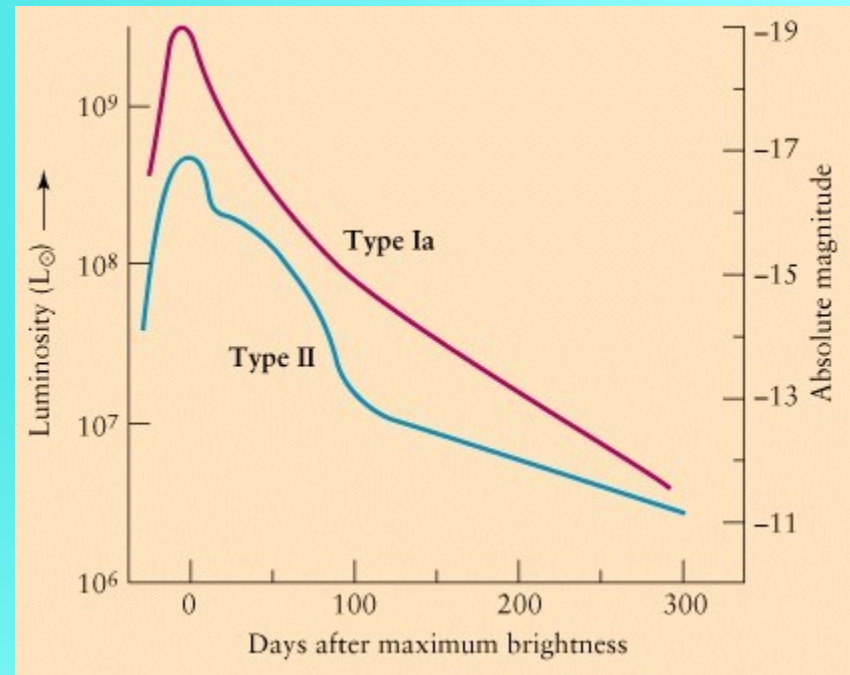
Nelle nane bianche che acquistano per accrescimento una massa superiore alla massa di Chandrasekar si innesca una fusione nucleare esplosiva sostenuta dalla fusione del Carbonio 12



Boooooom!



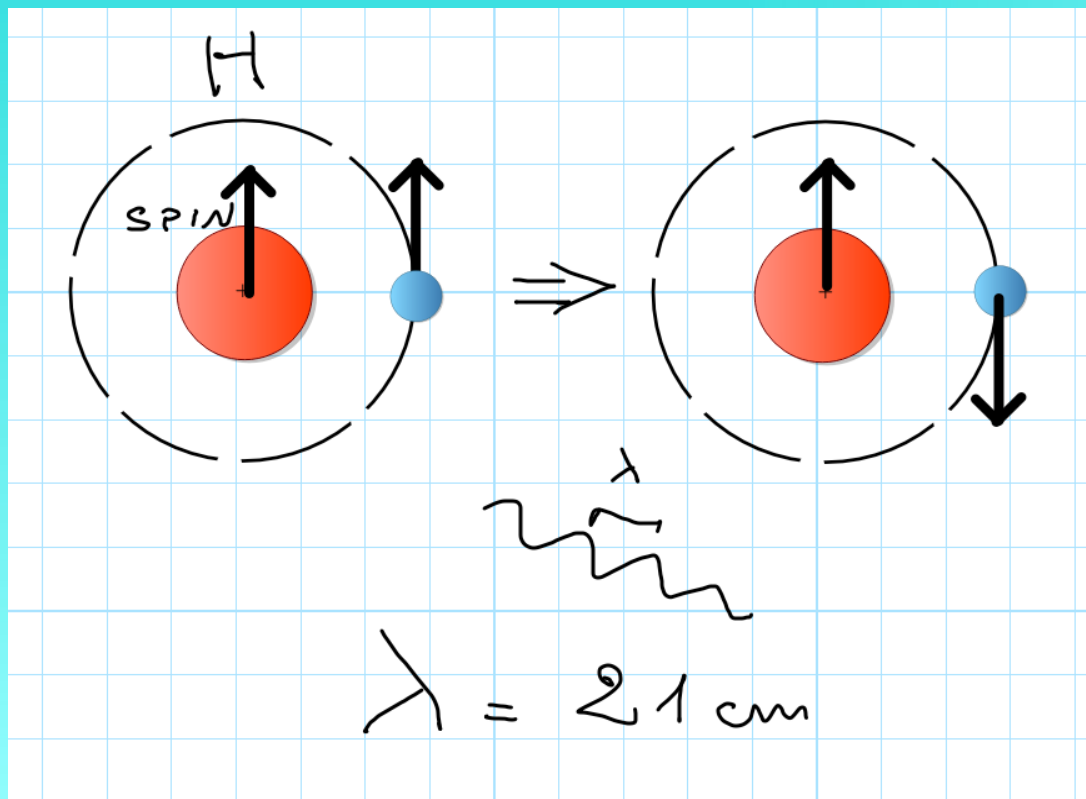
- in queste condizioni, la nana bianca diventa una supernova termonucleare, Supernova Ia, di cui possiamo dedurre la magnitudine assoluta **M** (fissa) dalla curva di luce, e quindi ricavare la distanza dalla magnitudine apparente **m**
- le Supernovae Ia sono visibili anche nelle galassie lontane e forniscono una candela standard per distanze dell'ordine del Miliardo di pc (Gpc)



Galassie a spirale



2) Relazione Tully – Fisher tra l'allargamento Doppler della riga di 21 dell'Idrogeno neutro e la luminosità di galassie a spirale (dotate di momento angolare e con gas addensato nei bracci a spirale)

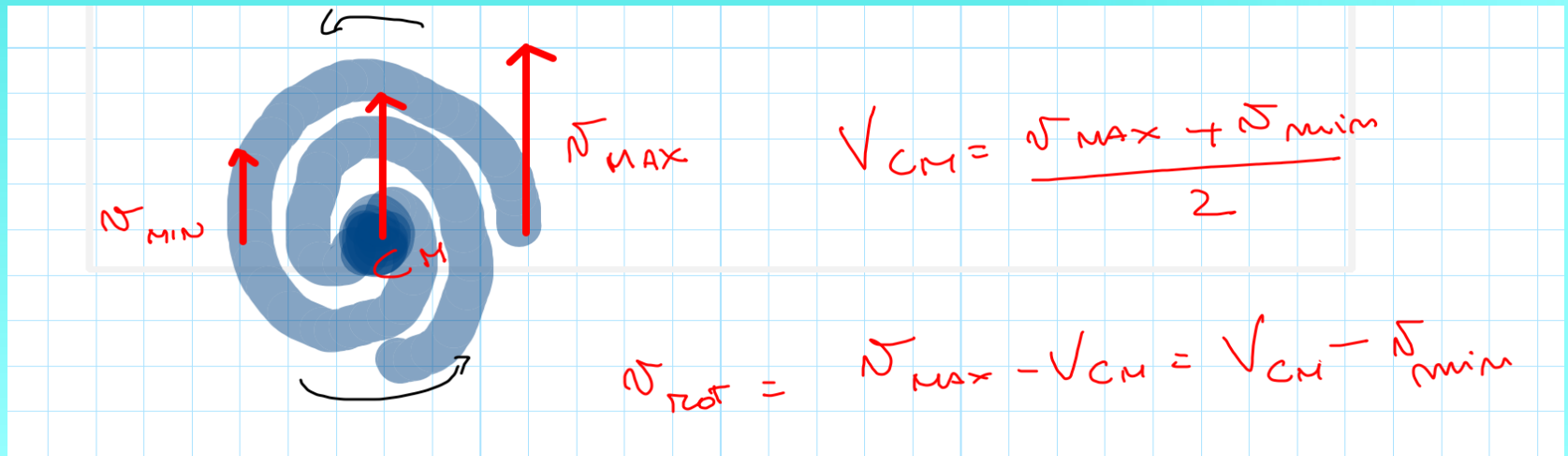


La riga di 21 cm dell'idrogeno neutro è prodotta in atomo di H dalla transizione dallo stato in cui i momenti magnetici (spin) di protone ed elettrone hanno lo stesso verso a quello in cui hanno verso opposto.

Appartiene alla banda radio.

Le galassie a spirale ruotano e dei due lembi uno si avvicina e uno si allontana

- Le masse di gas idrogeno che ruotano con la galassia emettono onde radio di lunghezza d'onda 21 cm.
- La lunghezza d'onda è spostata verso valori superiori (effetto Doppler per allontanamento) e verso valori inferiori (per avvicinamento) a quelli corrispondenti alla velocità di allontanamento del centro galattico: ciò determina l'allargamento della riga.
- Lo scarto dalla media delle velocità massima e minima della riga fornisce la velocità di rotazione periferica.



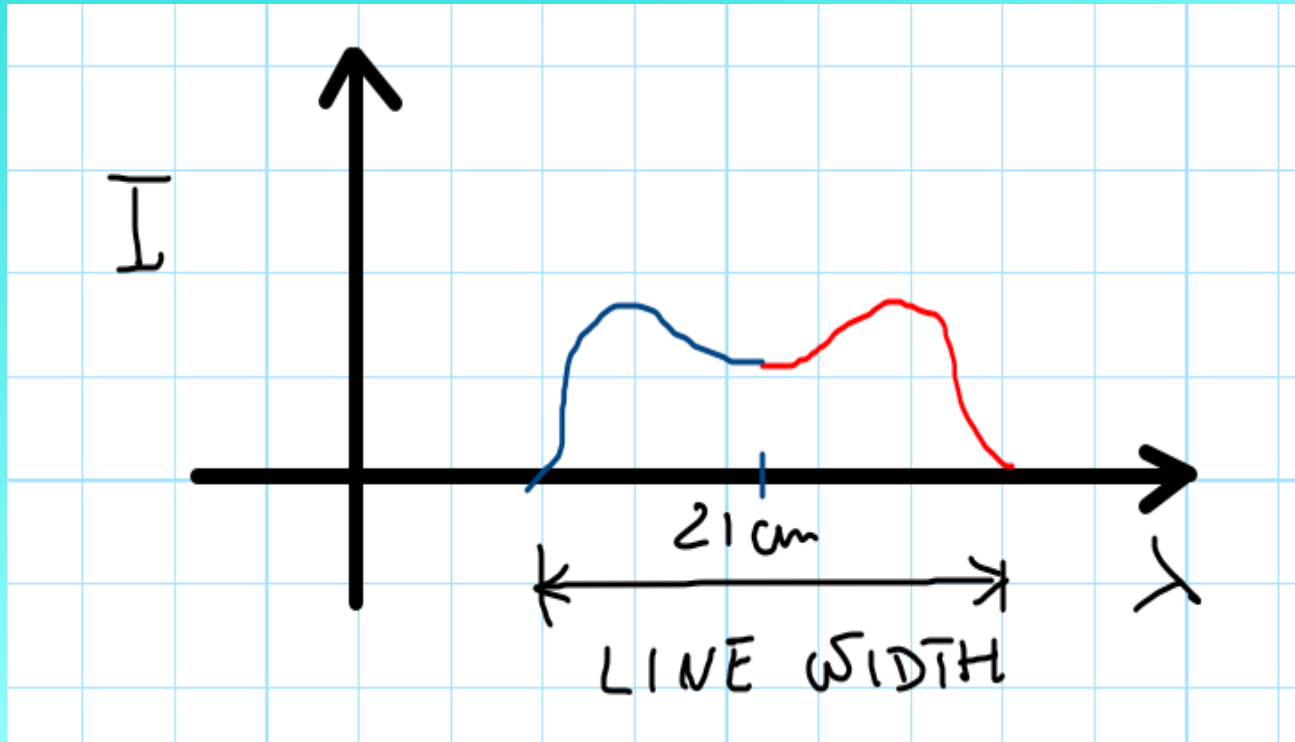
- La galassia ruota tanto più velocemente quanto più è massiva.

$$U = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} K M R^2 \omega^2 = \frac{1}{2} K M v_{\text{rot}}^2$$

$$\hookrightarrow T + U = 0 \Rightarrow M v_{\text{rot}}^2 \propto \frac{G M^2}{R} \Rightarrow v_{\text{rot}}^2 \propto \frac{M}{R}$$

- La luminosità intrinseca cresce con la massa.

- Quindi la larghezza della riga 21 cm da' una misura della luminosità intrinseca (effetto Tully-Fisher, scoperto negli anni '70)
- Calibrando la relazione T-F su Galassie la cui distanza è misurata dalle Cefeidi, si ottiene dall'allargamento della riga 21, cm la luminosità assoluta, quindi la distanza di galassie troppo lontane perché vi si possano risolvere le Cefeidi.

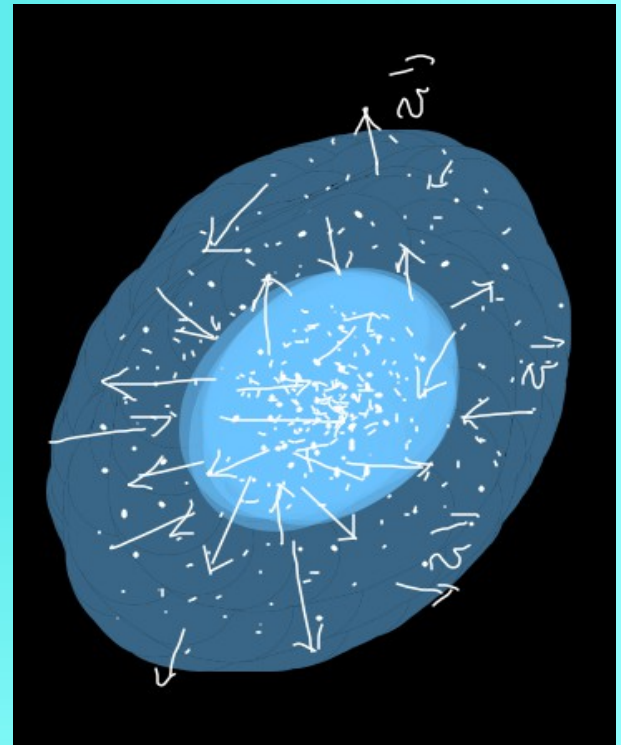


Galassie ellittiche



3) Relazione Faber – Jackson tra luminosità intrinseca e dispersione σ delle velocità stellari per galassie ellittiche

- I moti propri delle stelle in una galassia ellittica distribuiti in ogni direzione (come per le molecole di un gas) provocano un allargamento delle righe di assorbimento stellari tanto maggiore quanto maggiori sono le loro velocità.



$$L \propto \sigma^{\gamma} \quad (\gamma \approx 4)$$

$$N(r) = \frac{N}{\pi^{3/2} \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} e^{-\left(\frac{v_x}{\sigma_1}\right)^2 - \left(\frac{v_y}{\sigma_2}\right)^2 - \left(\frac{v_z}{\sigma_3}\right)^2}$$

(FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE
DELLE VELOCITÀ STELLARI)

Schema dei metodi più comuni e scale corrispondenti

