

STELLE

Le basi fisiche della struttura stellare
(lezione 2)

Breve Riepilogo

Le stelle sono masse di gas autogravitante, in equilibrio con al loro interno meccanismi di produzione di energia, che trasportata attraverso la materia, viene irraggiata all'esterno.

Abbiamo visto:

1) L'equazione di stato dei gas ideali:

$$PV = nRT$$

- 2) la teoria cinetica dei gas (che spiega i loro comportamenti macroscopici con la loro natura atomica)
- 3) le condizioni che determinano l'instabilità gravitazionale che porta alla contrazione di una massa gassosa e alla formazione di un ammasso stellare
- 4) il Teorema del Viriale: legge dell'equilibrio di un sistema fisico autogravitante (vale per una stella, ma anche per un ammasso, una galassia, un ammasso di galassie ...)

5) l'equazione dell'equilibrio idrostatico (equilibrio tra la gravità e il gradiente di pressione che genera la spinta di Archimede) che determina l'equilibrio di forze di un qualsiasi elemento di materia all'interno della stella.

6) l'equazione di continuità della materia, che rappresenta la legge di conservazione della massa (“nulla si crea e nulla si distrugge”) rispettata in ogni movimento di materia, e quindi anche nella stella.

E abbiamo visto che ad ogni proprietà corrisponde una equazione Matematica.

Proseguiamo occupandoci di ...

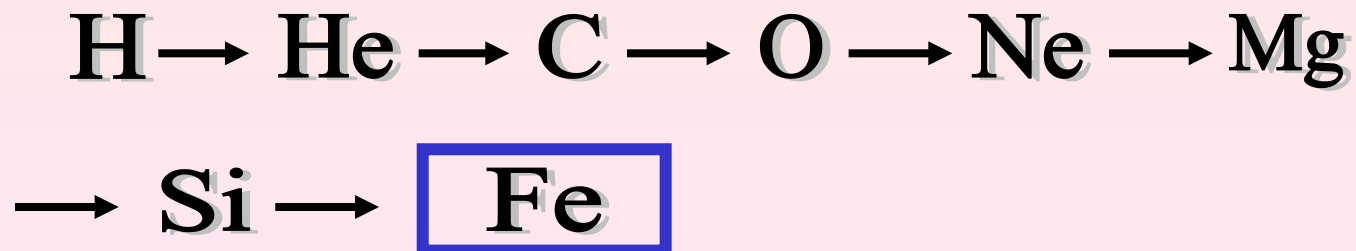
- Meccanismi interni di produzione di energia: le reazioni termonucleari “esoergoniche”.

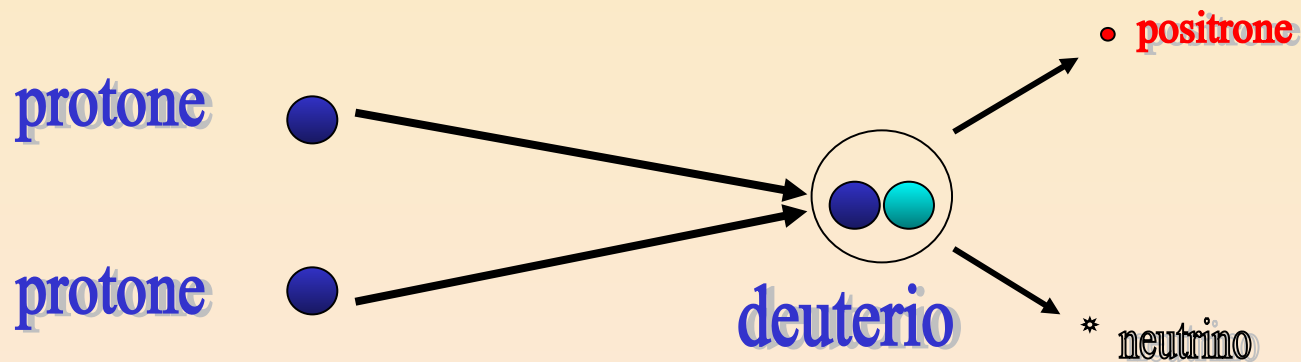
La temperatura del gas stellare è così elevata che esso è allo stato ionizzato (si dice “plasma” un gas formato di ioni e dagli elettroni persi da questi, che risulta quindi complessivamente neutro).

Nella parte più interna della stella si ammassano i nuclei atomici (più pesanti) che scontrandosi danno origine alle reazioni termonucleari.

Il meccanismo del “difetto di massa”: la massa a riposo dei prodotti è minore della somma delle masse dei reagenti; la massa venuta meno nella reazione si trasforma in energia secondo la relazione $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.

Schema della formazione degli elementi nel “nucleo stellare”: i prodotti principali delle reazioni indicati diventano a loro volta reagenti in una successiva combustione a T e a densità più elevate.





Perché si verifichi una reazione di fusione nucleare occorre che i nuclei reagenti vengano a trovarsi tanto vicini da poter essere legati dalle forze nucleari a corto raggio ($1/10^{13}$ di cm); per questo occorre che abbiano un'energia cinetica (e quindi una T) abbastanza elevata.

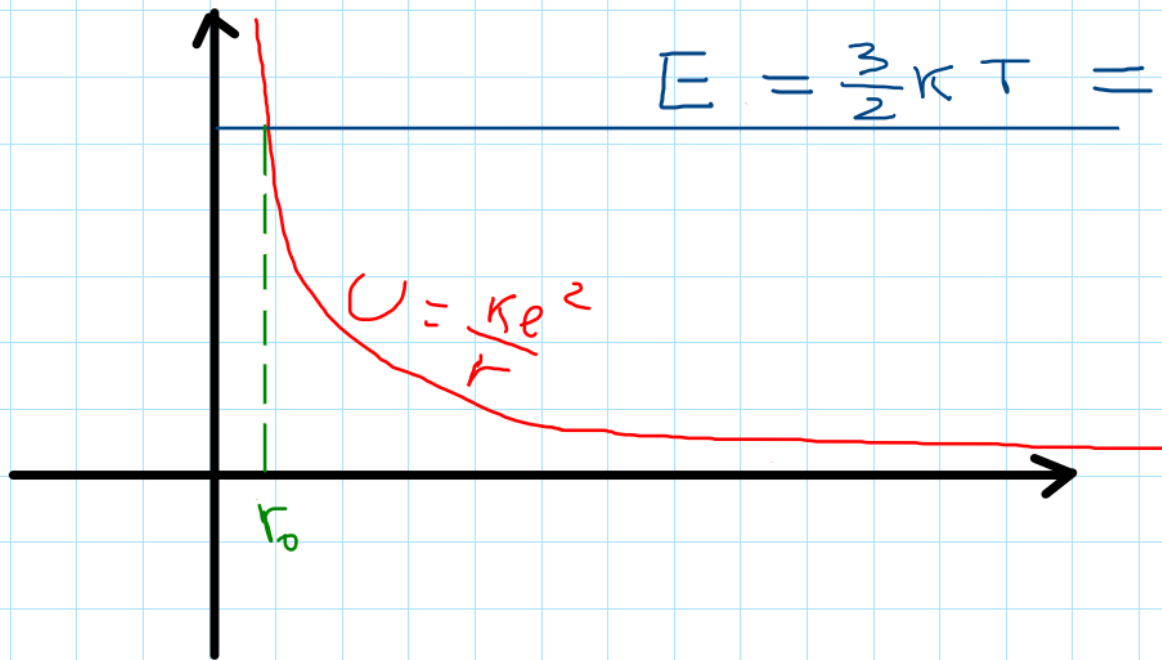
Il plasma stellare deve avere una temperatura elevata (almeno alcuni milioni di gradi); essa si ha nella parte più interna della stella, detta “nucleo” (per il Sole il nucleo contiene circa il 40% della massa della stella e la sua T è 15 milioni di gradi).

Nota:

Perché negli interni stellari le temperature sono più basse di quelle che richiederebbe la barriera di potenziale della repulsione coulombiana per l'innesco della fusione dell'idrogeno?

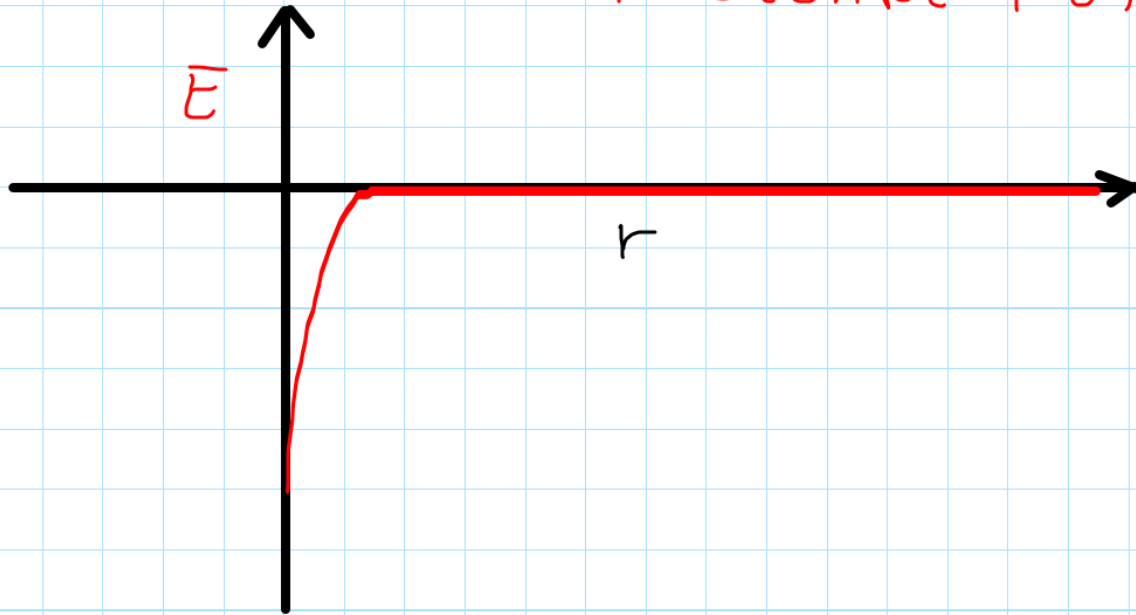
$$E_{cin0} + E_{pot0} = E_{cin} + E_p$$
$$\frac{3}{2} k T = \frac{e^2}{r}$$
$$k = 1,38 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{K}} \Rightarrow T \approx 10^9 \text{ K}$$
$$r = 10^{-13} \text{ cm}$$
$$e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ u.e.s.}$$

ANDAMENTO DELL'ENERGIA POTENZIALE
SE CI FOSSE SOLO LA REPULSIONE
ELETTROSTATICA.

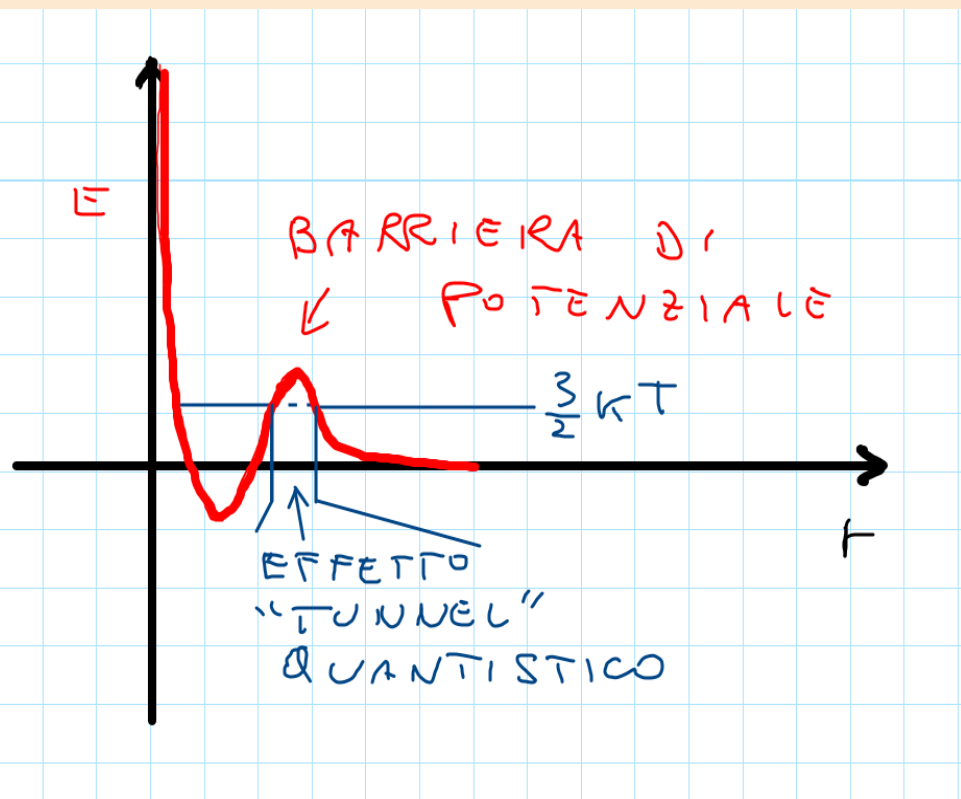


ENERGIA
CINETICA
A GRANDE
DISTANZA
($r \rightarrow \infty \quad U \rightarrow 0$)

POTENZIALE DI YUKAWA
(PRIMA DESCRIZIONE DELL'INTERAZIONE
NUCLEARE FORTE)



In base alla fisica quantistica due nuclei hanno una probabilità diversa da 0 di arrivare alla distanza cui “sentono” la reciproca interazione “forte” anche senza aver raggiunto l’energia cinetica minima per superare la barriera di potenziale repulsivo (ciò costituisce un esempio di quell’effetto quantistico che viene denominato effetto “tunnel”).



Per quanto bassa sia la probabilità che ciò accada, in un nucleo stellare la materia è tanta che il numero di reazioni termonucleari è sufficiente a garantire l'equilibrio e l'irraggiamento della stella.

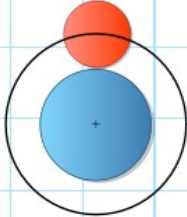
Per spiegarci meglio ... (o peggio dipende dai punti di vista)

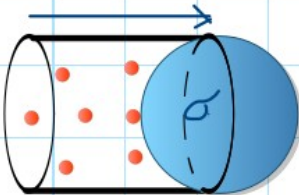
NUMERO DI PARTICELLE PROIETTE
PER UNITÀ DI VOLUME

↓

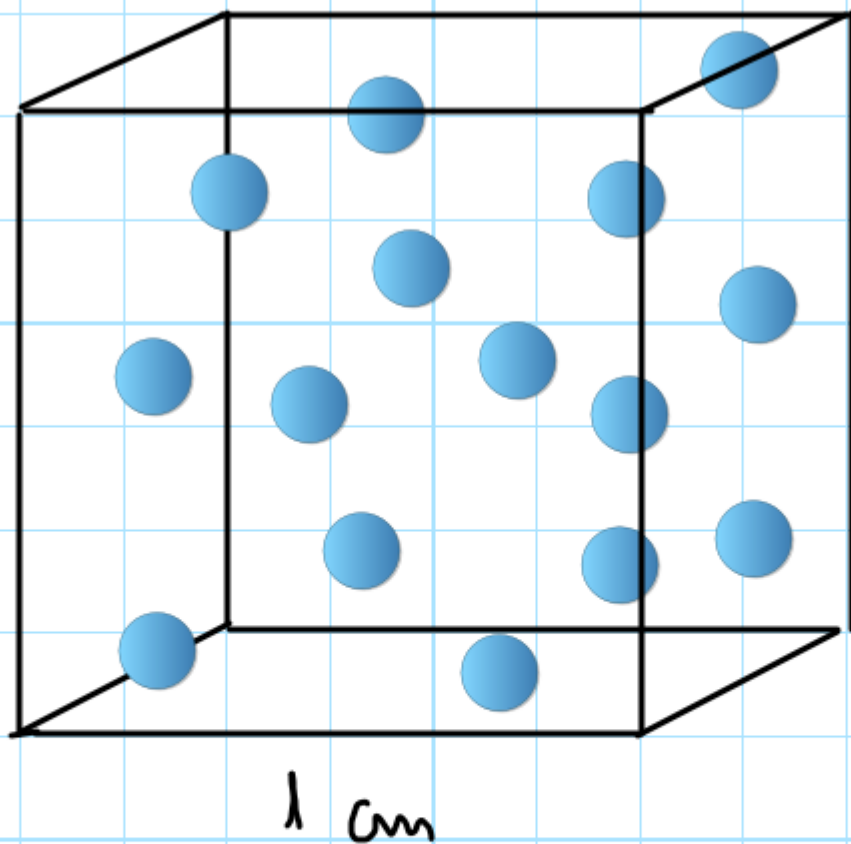
$$P = N_1 \cdot V_{\text{rel}} \cdot \sigma$$

VELOCITÀ
RELATIVA

 σ (SEZIONE D'URTO)



NUMERO DI
URTI
AL SECONDO
PER OGNI
PARTICELLA
BERSAGLIO



$N_2 =$ NUMERO DI BERSAGLI
PER UNITÀ DI VOLUME

NUMERO DI
URTI PER
UNITÀ DI VOLUME
AL SECONDO

$$N = N_1 N_2 V \sigma$$

IN UN PLASMA TERMALIZZATO
COME QUELLO DELLE STELLE
 N_1 E N_2 HANNO DISTRIBUZIONE
STATISTICA DI BOLTZMANN
$$(N(E) \propto e^{-\frac{E}{kT}})$$

- PROBABILITÀ DEI NUCLEI REAGENTI
DI SUPERARE LA BARRIERA COLOMBIANA
(REPULSIONE ELETTROSTATICA) PER

"EFFETTO TUNNEL"

$$P_{\text{coul}} \propto \frac{e^{-\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}}}{v}$$

$Z_1, Z_2 = \text{PESI ATOMICI}$
 $v = \text{VELOCITÀ RELATIVA}$

- PROBABILITÀ CHE I NUCLEI UNA VOLTA ABBASTANZA VICINI REAGISCA NO UNENDOSI A FORMARE UN NUCLEO PIÙ PESANTE
(FISICA DEL NUCLEO E STRUTTURA)



ENERGIA PRODOTTA AD
OGNI REAZIONE

IL PÒ DI MASSA CHE VIENE
A MANCARE NEL PRODOTTO

$$\Delta m_0 = m_{0, \text{prodotto}} - \sum m_{0, \text{reagenti}}$$

(m_0, M_0 MASSE A RIPOSO, CIOÈ A $v=0$)

TRASFORMATA IN ENERGIA
SECONDO LA RELAZIONE
NOTA

$$E = m \cdot c^2$$

ENERGIA SPECIFICA PRODOTTA
(MASSA CONSUMATA, O ENERGIA PRODOTTA)
PER UNITÀ DI COMBUSTIBILE

$$\frac{\Delta m c^2}{M_{\text{comb}}}$$

$\Rightarrow$

PER IL CICLO
PROTONE-PROTONE
È $\sim 0,7\%$

COEFFICIENTE DI PRODUZIONE
DI ENERGIA SPECIFICA (PER UNITÀ
DI MASSA) O
"EFFICIENZA"

Facciamo un po' di ordine

N_R = NUMERO DI REAZIONI AL SECONDO
NELL'UNITÀ DI VOLUME

N_U = NUMERO DI URTI AL SECONDO

P_{TUNNEL} = PROBABILITÀ DI SUPERAMENTO
DELLA BARRIERA COULOMBIANA
PER EFFETTO TUNNEL

P_S = PROBABILITÀ CHE IL NUCLEO
CHE SI FORMA RESTI STABILE
PER UN TEMPO SUFFICIENTE A
CONSENTIRGLI DI PROSEGUIRE
IL CICLO

$$N_R = N_U \times P_{TUNNEL} \times P_S$$

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

ENERGIA SVILUPPATA DA
OGNI REAZIONE

$$\frac{\Delta E}{\Delta t \Delta V} = \frac{d}{dV} \left(\frac{dE}{dt} \right) = \frac{dL}{dV} = N_R \cdot \Delta m c^2$$

ENERGIA PRODOTTA IN UN SECONDO
(POTENZA O LUMINOSITÀ)
DALL'UNITÀ DI VOLUME

DENSITÀ $\rho = \frac{\Delta M}{\Delta V} = \frac{dM}{dV}$

$$E = \frac{\frac{dL}{dV}}{\rho} = \frac{dL}{dV} \cdot \frac{dV}{dM} = \frac{dL}{dM} \rightarrow \begin{array}{l} \text{ENERGIA} \\ \text{PRODotta} \\ \text{DA 1g DI} \\ \text{MATERIA IN UN} \\ \text{SECONDO ...} \end{array}$$

→ EFFICIENZA DELLA
REAZIONE.



$$dL = E \, dM$$

ENERGIA PRODotta IN UN
SECONDO DA OGNI ELEMENTO
DI MATERIA

$$\epsilon = \frac{\text{ENERGIA PRODOTTA}}{\text{MASSA} \times \text{TEMPO}} \quad \rho^m \int^m$$

←
CICLO p-p

$$m = 1$$

$$m = 4$$

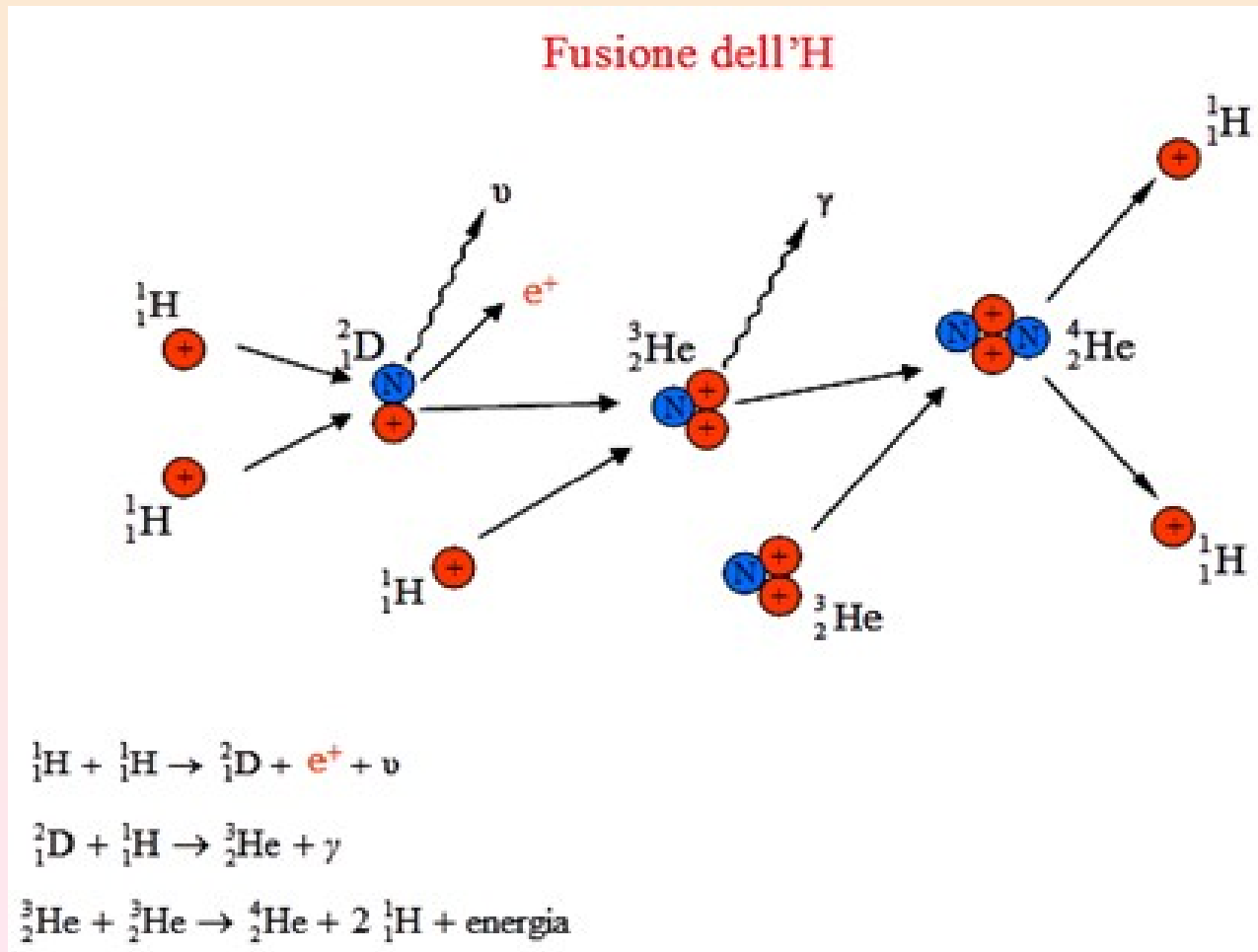
↓
PROCESSO 3α
m = 2
m = 22

↘
CICLO CNO

$$m = 1$$

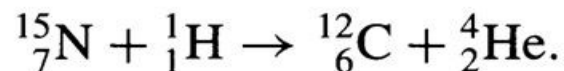
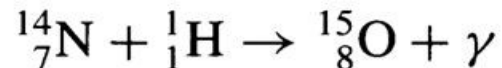
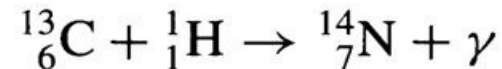
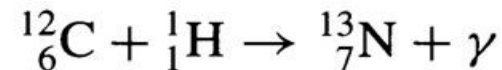
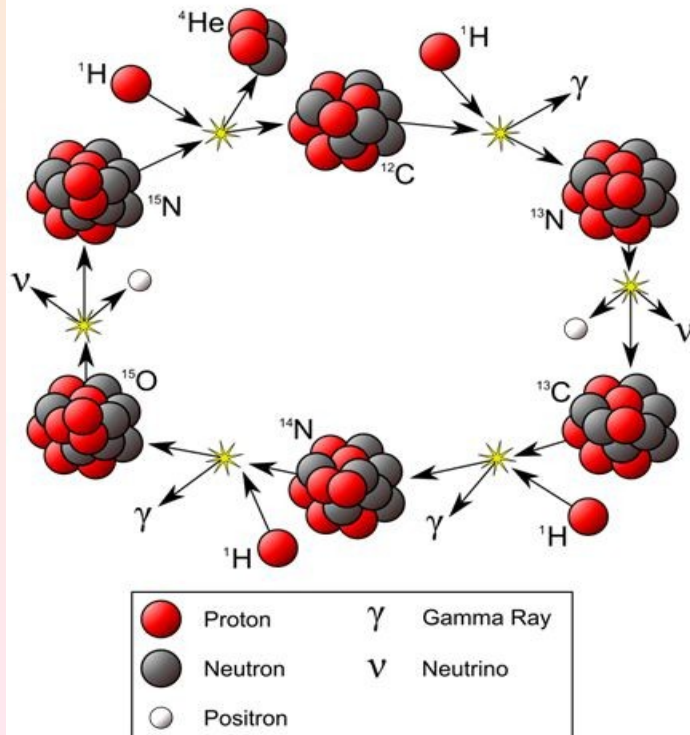
$$m = 14 (!)$$

Dall'idrogeno all'elio (1): il ciclo protone – protone

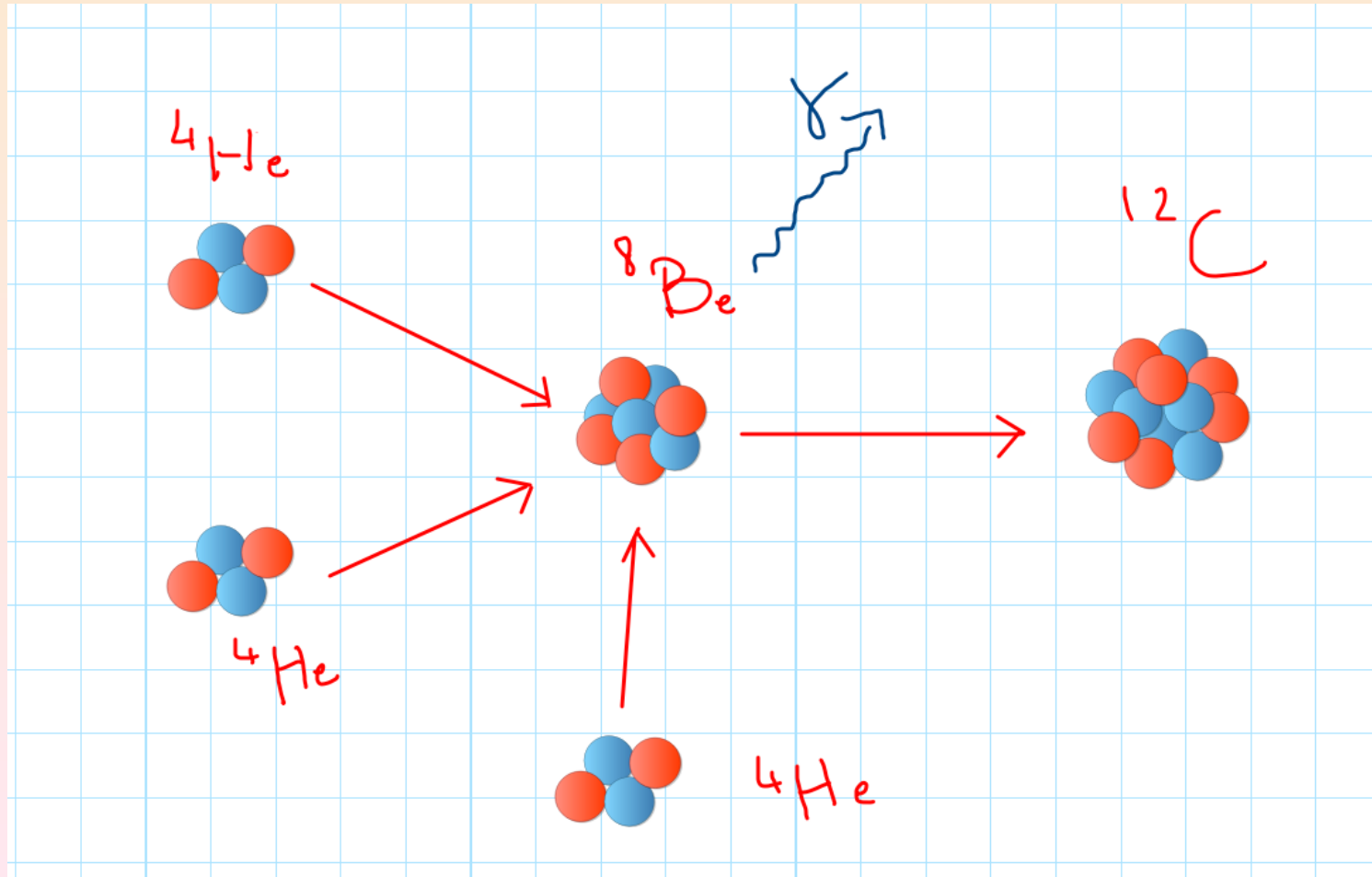


Dall'idrogeno all'elio (2): il ciclo CNO

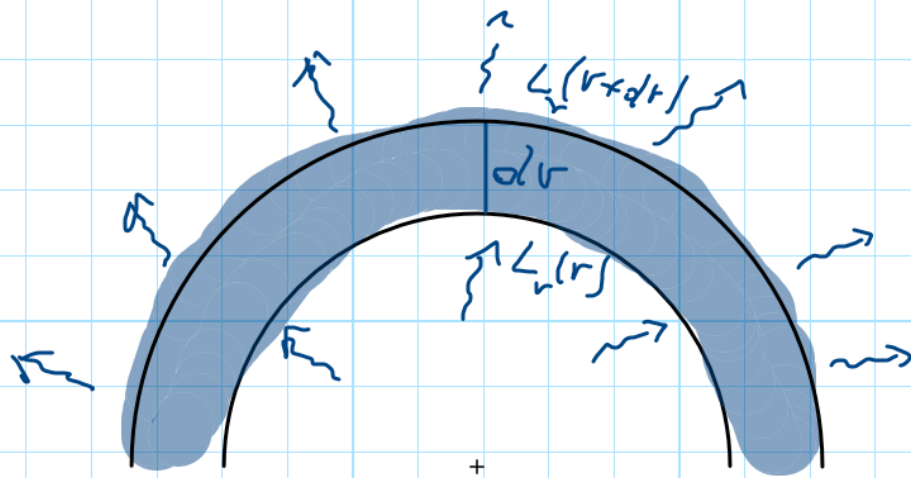
Ciclo CNO



Processo “3 α ” (fusione dell'elio in Carbonio)



È QUAZIOVU DELLA PRODUZIONE DI ENERGIA



$$L_r(r+dr) - L_r(r) = \epsilon \cdot dM$$

$$dM = \rho \cdot dV = \rho \cdot S \cdot dr = \rho \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon \rho$$

UN PROBLEMA IRRISOLTO
(MA IN VIA DI SOLUZIONE):

LA TEORIA DELLE REAZIONI
TERMONUCLEARI PREVEDE
UNA MASSICCA PRODUZIONE
DI "NEUTRINI" DAL SOLE

MA NESSUNO LI HA
ANCORA TROVATI !!!

HANNO COMINCIATO A TROVARLI
I RIVELATORI DEL
"KAMIOKANDE" IN GIAPPONE...
AGGIORNATI SOMARO!

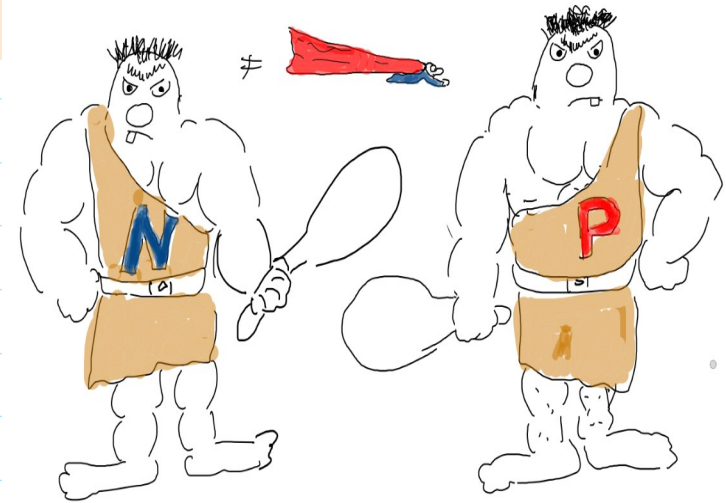


... ma trovarli non è stato (e non è) per niente facile ...

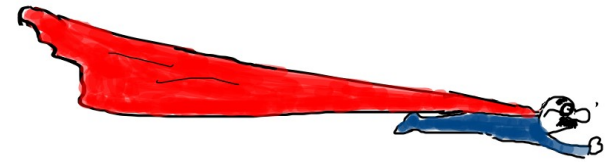


IL PERCHÉ LO SI SA ...
SONO PICCINI,

... TIMIDI ...



... E PER NASCONDERSI MEGLIO
CAMBIANO PURE IDENTITÀ!



(VEDI RICERCHE NEI LABORATORI
DEL GRAN SASSO SULLA "OSCILLAZIONE
DEI NEUTRINI").

UNA STIMA DEL TEMPO NECESSARIO
PER LA FUSIONE DELL'IDRO-
GENO

MASSA NUCLEO $\approx 40\%$ DELLA
MASSA STELLARE

FRAZIONE DI MASSA TRASFORMATA
IN ENERGIA DALLE REAZIONI
TERMONUCLEARI $\approx 0,7\%$

RELAZIONE TRA

POTERE A
RADIANTE
LUMINOSITÀ
ASSOLUTA
(CONSUMO)

E

MASSA
STELLARE

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} M < 0,43 M_{\odot} & \alpha \approx 2,3 \\ 0,43 M_{\odot} < M < 2 M_{\odot} & \alpha \approx 4 \\ 2 M_{\odot} < M < 20 M_{\odot} & \alpha \approx 3,5 \\ M > 20 M_{\odot} & \alpha \approx 1 \end{array} \right.$$

QUINDI

$$\frac{\text{ENERGIA DISPONIBILE}}{\text{CONSUMO}} = \frac{0,007 \cdot 0,4 \cdot M c^2}{L} = \text{TEMPO DI COMBUSTIONE DELL'IDROGENO}$$

E QUANDO FINISCE IL COMBUSTIBILE?

...

TEMPO DI COLLASSO

(SCALA DI TEMPO TIPICA DI EVOLUZIONE DINAMICA)

... ma di questo ci occupiamo alla fine ...

- Meccanismi di trasporto di energia:
- Irraggiamento: la radiazione si propaga attraverso la materia dalla stella dall'interno all'esterno secondo la legge $L = 4\pi\sigma R^2 T^4$
- Convezione (meccanismo di trasporto di calore proprio dei fluidi): si verifica tra zone di una stella tra le quali il dislivello di T è così alto che la materia riscaldata forma bolle che risalgono velocemente verso l'esterno cedendo poi il calore in eccesso
- Conduzione: solo nella materia “degenere” (nane bianche e alcuni nuclei stellari)

TRASPORTO DI ENERGIA RADIA TIVO

ELEMENTO
DI MATERIA

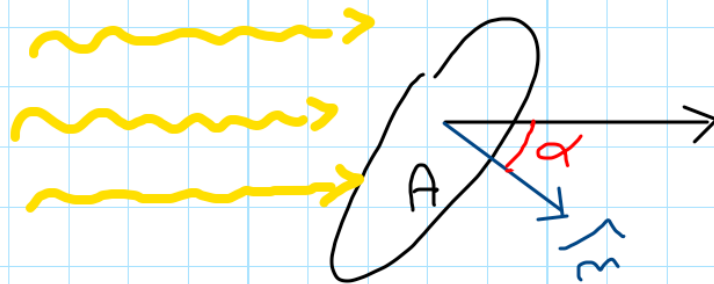


FLUSSO
DI ENERGIA
ENTRANTE

FLUSSO DI
ENERGIA
USCENTE

FLUSSO DI ENERGIA RADIANTE
 INTENSITÀ

$$\frac{\text{ENERGIA}}{\text{TEMPO} \times \text{AREA TRASVERSALE}}$$



$$\left(\frac{\text{Joule}}{\text{m}^2 \times \text{s}} \right)_{\text{MKS}}$$

OPPURE

$$\left(\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \times \text{s}} \right)_{\text{CGS}}$$

$$I = \frac{\Delta E_{\text{rad}}}{\Delta t \cdot A \cos \theta}$$

$$I_{\nu} = n(\nu) h \nu c$$

RICORDIAMO CHE LA LEGGE DI
 PLANCK PER LA RADIAZIONE TERMICA MI
 DA

$$n(\nu) = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$I(\nu) = \frac{8\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

GRAPHIC $\Rightarrow$ CURVE OF
PLANCK



PER TROVARE L'INTENSITÀ
TOTALE DEVO INTEGRARE
SU TUTTE LE FREQUENZE

$$I_{\text{tot}} = \frac{8\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{+\infty} \frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^3 \frac{h\nu}{kT}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \boxed{\frac{8\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}} T^4$$

$$I = \sigma \cdot T^4$$

↓
CONSTANTE DI
STEFAN-BOLTZMANN

ENERGIA TOTALE IRRAGGIATA
A TUTTE LE FREQUENZE DA
UN m^2 (o $1cm^2$ DI SUPERFICIE
RADIANTE).

LUMINOSITÀ INTEGRATA



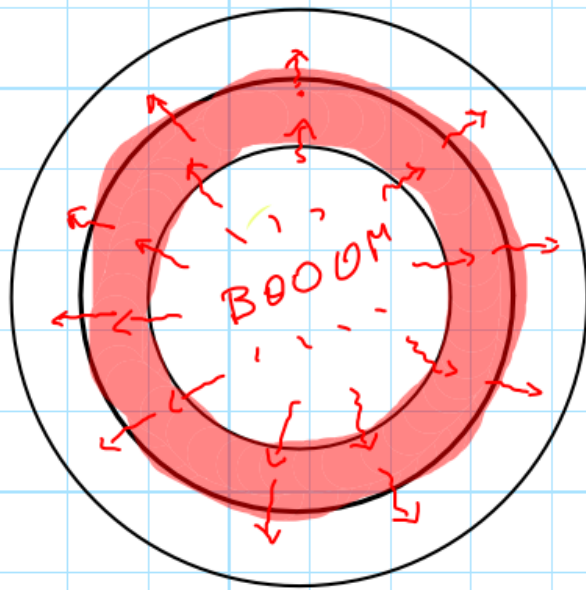
INTENSITÀ $\times$ AREA DELLA
SUPERFICIE
RADIANTE

(SFERA PER LA
SUPERFICIE
VISIBILE DI UNA
STELLA)

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4$$

IL TRASPORTO DI
ENERGIA RADIANTE
DENTRO LA MATERIA
STELLARE ...

DALL'INTERNO ALL'ESTERNO.



L'ENERGIA

VIENE

PRODOTTA

NELLA REGIONE

CENTRALE

E

TRASMESSA ALL'ESTERNO

DA UNO STRATO ALL'ALTRO.

VISTA LA SIMMETRIA SFERICA DELLA STELLA
POSSIAMO CONSIDERARE IL SUO INTERNO
GRUPPO FORMATO DA UNA SUCCESSIONE
DI STRATI SFERICI CONCENTRICI,

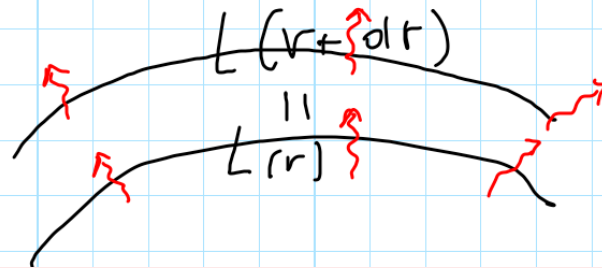
SOVRAPPosti (CIA SCUNO DI SPESORE
INFINITESIMO dr)

VOLUME $dV = 4\pi r^2 dr$

MASSA $dm = 4\pi \rho r^2 dr$

($\rho = \text{DENSITA'}$)

IN UNA STELLA IN PERFETTO EQUILIBRIO
LA STESSA POTENZA RADIANTE SI TRASMETTE
DA UNO STRATO ALL'ALTRO



$$\frac{dL}{dr} = 0$$

$$L(r) = 4\pi r^2 \sigma T^4 = \text{cost}$$

$$T^4 r^2 = \text{cost}$$

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

C'E' UN PROFILO DECRESCENTE
 DELLA TEMPERATURA CHE SEQUE
 UNA LEGGE BEN PRECISA.

$$(1) \frac{h\nu_{\max}}{kT} \approx 2,82 \rightarrow$$

$$\lambda_{\max} \cdot T \approx 2,82 \frac{h c}{K}$$

LEGGE DI
 WIEN

(2)

INTENSITA'
 LUMINOSA
 TOTALE
 INTEGRATA
 SU TUTTE LE
 FREQUENZE

$$I = \sigma T^4$$

$$\left[\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{cm^2 \cdot K^4} \right]$$

$$h = \frac{h}{2\pi}$$

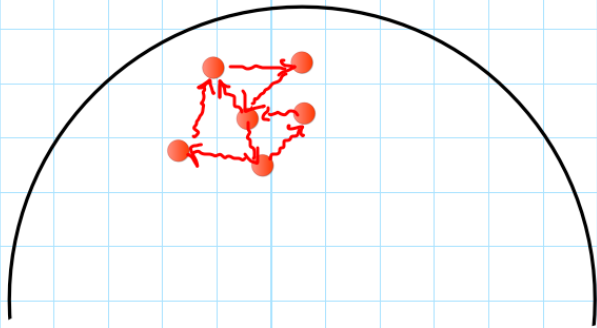
Per le legge di Wien
 se diminuisce la
 temperatura della
 radiazione termica si
 riduce anche la
 frequenza di picco.

Così dai raggi gamma si passa a radiazione meno nociva ...

MA LE COSE NON VANNO
SEMPRE COSÌ LISCE!

CIÒ DIPENDE DA
2 FATTORI:

(1)

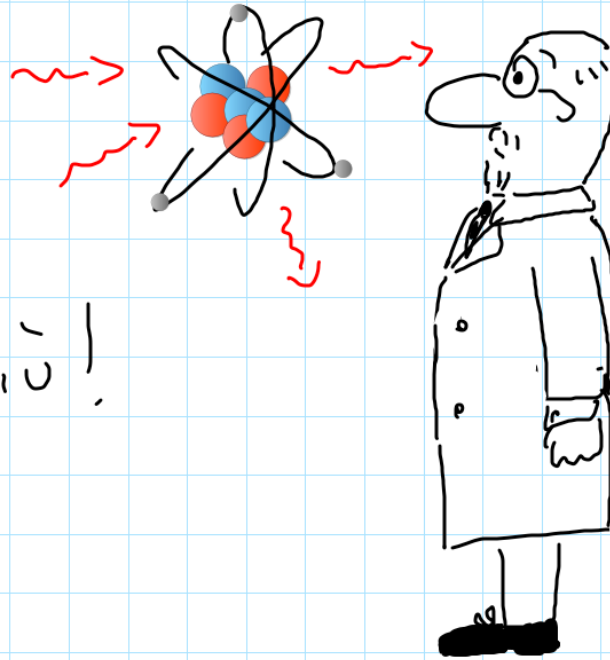


LA MATERIA DELL'INTERNO
STELLARE È TENUTA
IN EQUILIBRIO CON LA
RADIAZIONE DA CONTINUE
INTERAZIONI TRA
PARTICELLE LIBERE E
(LA MATERIA DEGLI
INTERNI STELLARI È
ATTAMENTE IONIZZATA
E GLIELETRONI SONO
"LIBERI") E FOTONI.

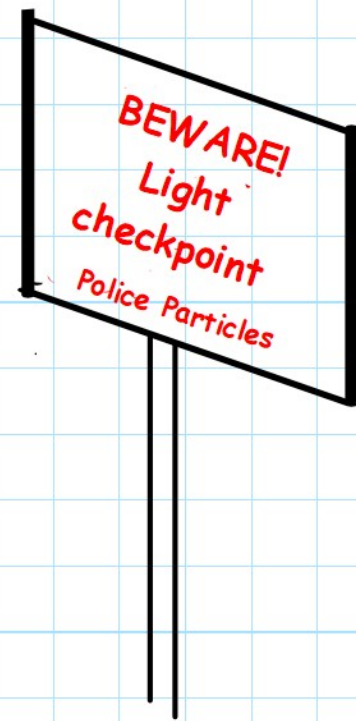
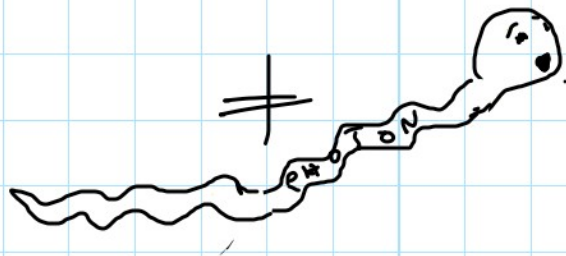
(2) LA MATERIA È MOLTO COMPLICATA

È LE SUE
INTERAZIONI
CON LA LUCE
LO SONO

ANCORA DI PIÙ!



IL MODO PIÙ DRAMMATICO CHE
HA LA MATERIA DI INTERAGIRE
CON LA LUCE È DI NON FARLA
PASSARE!



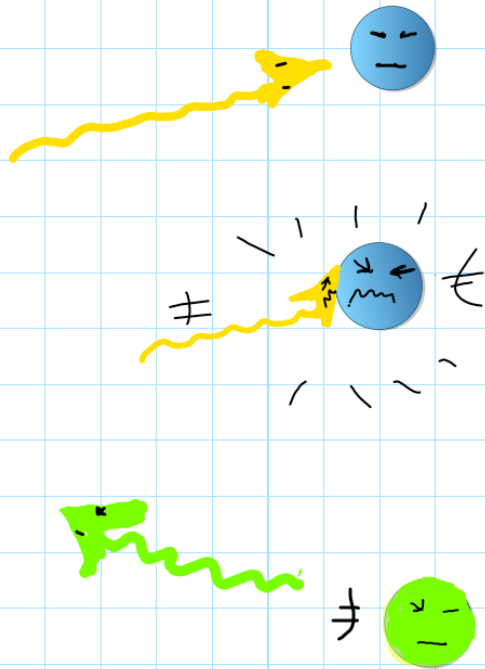
QUESTA PROPRIETÀ DELLA
MATERIA SI CHIAMA
"OPACITÀ":

Dipende dall'alternarsi di due tipi di processi:

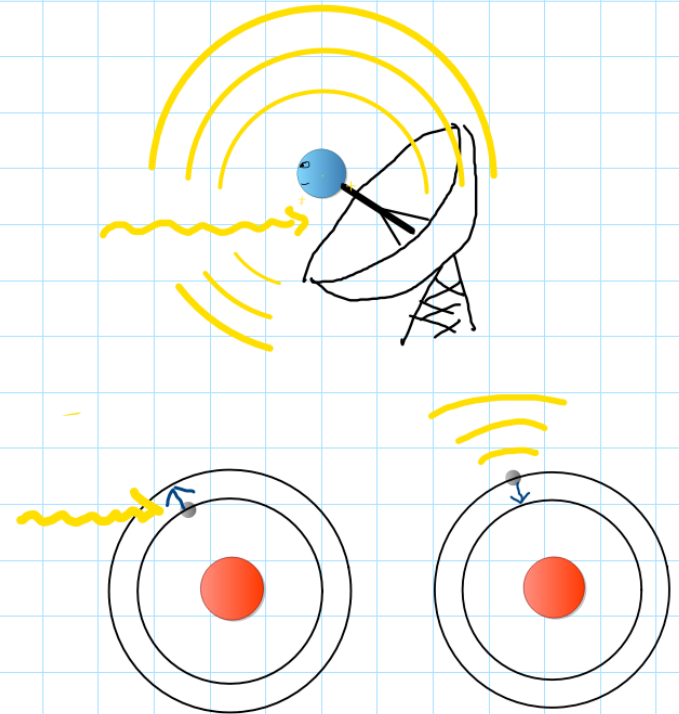
Processo termico (cioè
con equilibrio termico
tra radiazione e materia)

Processo non termico (atomi o
molecole diffondono la radiazione
come antenne elettromagnetiche,
classiche o quantistiche)

URTI FOTONI-ELETTRONI
LIBERI



ASSORBIMENTO
ATOMICO E
DIFFUSIONE



CONTINUO
SCAMBIO PER
URTO TRA MATERIA
E RADIAZIONE
MANTIENE I 2
SISTEMI IN
EQUILIBRIO
TERMICO
(CORPO NERO)

FUORI DEL NUCLEO
STECCARE SI ABBASSA
LA T , E GLI ATOMI DEI
METALLI COMINCIANO A
RICOMBINARSI. QUANDO
CIÒ SUCCÈDE I FOTONI
CATTURATI DAGLI ELETTRONI
LEGATI FANNO LAVORO
SULLA STRUTTURA INTERNA
DELL'ATOMO E NON MANTENGONO
PIÙ IL GAS ABBASTANZA CALDO...

(Materia “opaca”
alla radiazione)

La materia comincia a
diventare “trasparente” alla
radiazione (cambia
l'opacità)

UNO SCHERMO
NERO ASSORBE
TUTTA LA LUCE
DI UNA SORCENTE
ESTERNA



LO SCHERMO
SI RISCALDA!



RISCALDANDOSI
IRADIA ENERGIA

IN EQUILIBRIO RADIAATIVO
OGNISTRATO ASSORBE TUTTA L'ENERGIA
CHE RICEVE DA QUELLO SOTTO STANTE
E LA RIEMETTE MANTENENDO COSTANTE
LA SUA T , PROPRIO COME FA
UNO SCHERMO NERO . . .

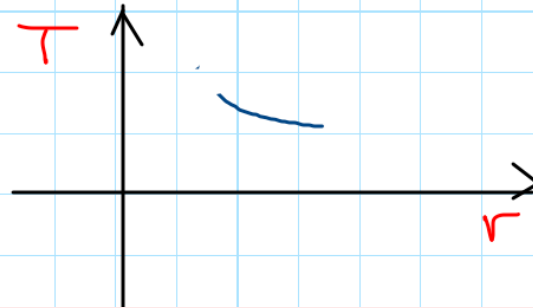
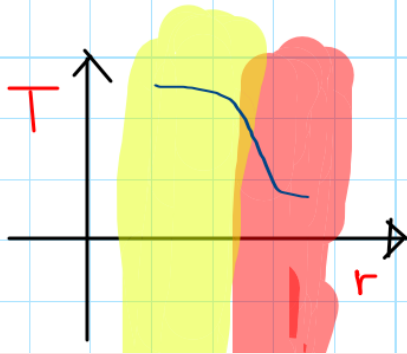
ECCO PERCHÉ IL MODELLO
RADIATIVO DELLE STELLE È
QUELLO DEL "CORPO NERO"
(ANCHE LE STELLE NON SONO NERE).

SI PUÒ DIRE CHE LE STELLE NON
CONOSCONO IL RAZZISMO ... SI COMPORTANO
COME "NERE" ANCHE SE NON LO SONO.

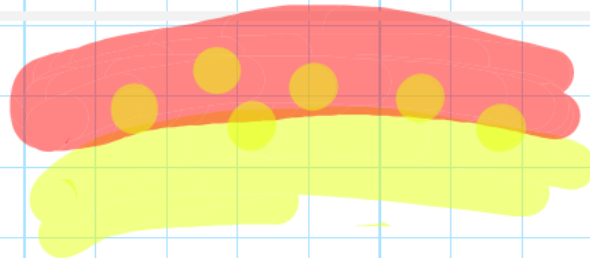
MA . . .

ABBIA MO DETTO CHE LA MATERIA È
COMPLICATA E IN EFFETTI RISALENDO DAL
CENTRO VERSO LA SUPERFICIE, AL VARIARE
DELLE CONDIZIONI FISICHE, CAMBIA LA
SUA STRUTTURA . . . È QUINDI LA
SUA "OPACITÀ".

CIÒ DETERMINA UNO SQUILIBRIO
(GRADIENTE) DI TEMPERATURA
TROPPO GRANDE RISPETTO A QUELLO
TIPICO DELL'EQUILIBRIO RADIAIVO.



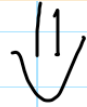
SI FORMANO QUINDI BOLLE DI MATERIA
PIÙ CALDA IN UN'ATMOSFERA PIÙ FREDDA.



PER RIEQUILIBRARSÌ CON LA
PRESSIONE AMBIENTALE SI DILATA-
NO, MA COSÌ DIMINUISCE LA LORO DENSI-
TÀ... E PER LA LEGGE
DELL'EQUILIBRIO IDROSTATICO

$$\boxed{\frac{\partial P}{\partial r}} = - \frac{GM \rho}{r^2}$$

SPINTA
ARCHIMEDE > PESO



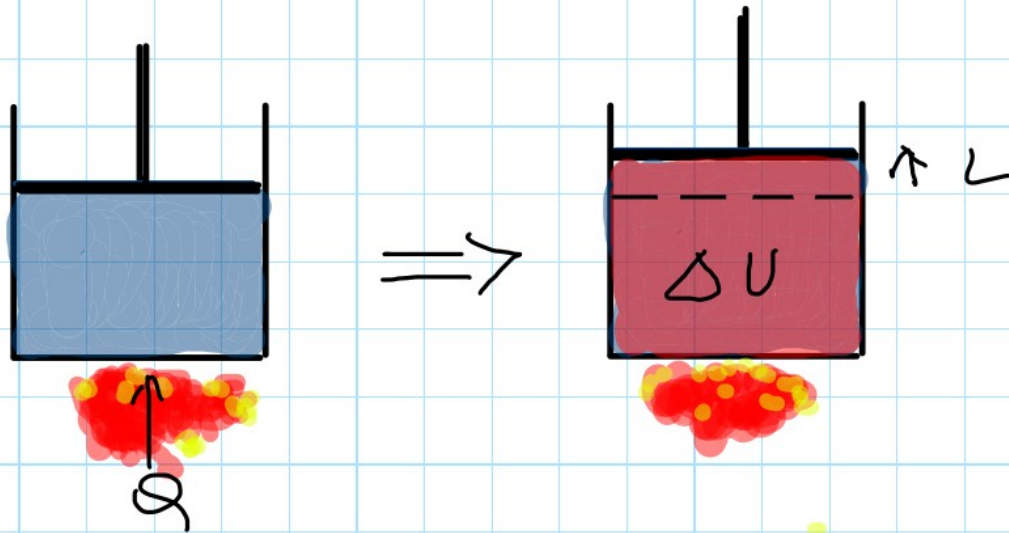
LA BOLLA SALE...

E LO FA VELOCEMENTE
AL PUNTO CHE NELLA SUA SALITA

SI POSSONO TRASCURARE LE PERDITE
DI CALORE (TRASFORMAZIONE
ADIABATICA)

SUI ENTRA IN GIOCO IL I° PRINCIPIO
DELLA TERMODINAMICA.

Memento: I° principio della termodinamica (conservazione dell'energia)



$\Delta Q =$
QUANTITÀ
DI CALORE
SCAMBIATO

ΔU
VARIATIONE
DI ENERGIA
INTERNA

$+$ L
LAVORO
COMPIUTO
DA L
SISTEMA.
SULL'ESTERNO

PER UN GAS IL LAVORO
È COMPIUTO ALZANDO UN

~~PESO~~ APPLICATO A UN PISTONE:
IN TAL CASO IL LAVORO È COMPIUTO

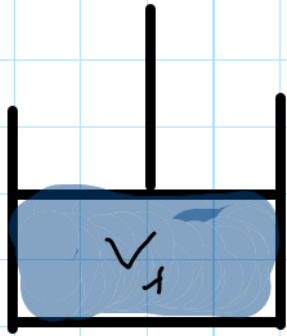
DALLE FORZE DI PRESSIONE

$$F = P \cdot A$$

↓
AREA DELLA
SUPERFICIE

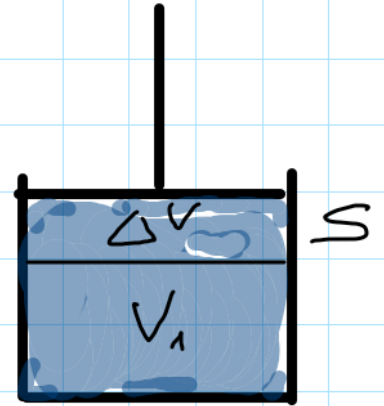
SU CUI AGISCE

LA PRESSIONE



$$L = F \cdot s$$

LAVORO = FORZA $\cdot$ SPOSTAMENTO



$$L = P \cdot (A \cdot s) = P \cdot \Delta V$$

PER UN GAS LA LAVORO
DIVENTA

$$\Delta Q = \Delta U + p \Delta V$$

Applicazione: trasformazioni adiabatiche (senza scambi di calore con l'esterno)

È un modello che si utilizza per le trasformazioni (espansioni e compressioni) per le quali i tempi dinamici sono molto minori dei tempi caratteristici degli scambi di calore, cioè così rapide che gli scambi di calore del sistema mentre sono in corso sono trascurabili (come accade appunto nelle bolle di gas caldo stellare).

ESPANSIONE
ADIABATICA $\Rightarrow \Delta U = -p\Delta V < 0$
 $\Delta V > 0$ DIMINUZIONE DI
ENERGIA INTERNA
E QUINDI
TEMPERATURA.

LE BOLLE SALENDO SI ESPANDONO
ADIABATICAMENTE, DIMINUENDO LA
LORO TEMPERATURA (PER ESPANSIONE
ADIABATICA) MENTRE CERCANO DI RIEQUI-
LIBRarsi CON LA PRESSIONE ESTERNA
(CHE ANCH'ESSA DIMINUISCE ALLO SCENDERSI
DAL CENTRO).

IN FATTI
PER
L'EQUAZIONE
DELL'EQUILIBRIO
IDROSTATICO

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)\rho}{r^2} < 0$$

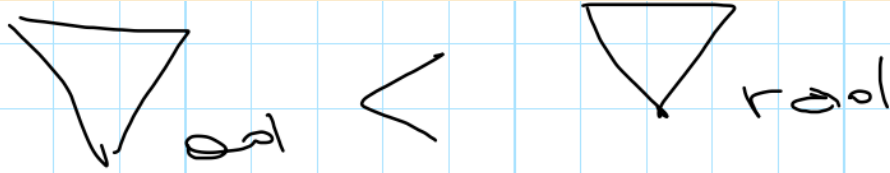
LA RAPIDITÀ CON CUI CALA
LA T DURANTE L'ESPANSIONE
ADIABATICA DELLA BOLLA È
ESPRESSA DALL'INDICE

$$\frac{dT}{dT} \cdot \frac{P}{T} = \frac{d(\log T)}{d(\log P)} = \gamma_{ad}$$

MENTRE LA RAPIDITÀ CON
CUI DIMINUISCE LA T
DELL'AMBIENTE (RADIATIVO)

$$\frac{dT_{\text{rad}}}{dT} = \frac{d(\log T_{\text{rad}})}{d(\log P)} = \nabla_{\text{rad}}$$

SE



LA T DELLA BOLLA DIMINUISCE
PIÙ LENTAMENTE DI QUELLA AMBIENTALE



LA BOLLA RESTA PIÙ CALDA
DELL'AMBIENTE

È CONTINUA A SALIRE
(IN STABILITÀ)
FINCHÉ...



NON COMINCIA A PERDERE CALORE
RISCALDANDO L'ESTERNO IN MODO
CHE

$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad}$$

È IL MOVIMENTO DI
ASCENSIONE CHE SSA

COSÌ AVVIENE IL TRASPORTO
DEL CALORE PER
"CONVEZIONE" ALL'INTERNO
DELLE STELLE



ESSO PRODUCE;

(1) LIVELLAMENTO DELLA TEMPERATURA
DOVE SI CREANO DEI DISLIVELLI
PER BRUSCHI CAMBI DI OPACITÀ
DELLA MATERIA

(2) RIMESCOLAMENTO DELLA
COMPOSIZIONE CHIMICA
(QUINDI DELL'OPACITÀ)

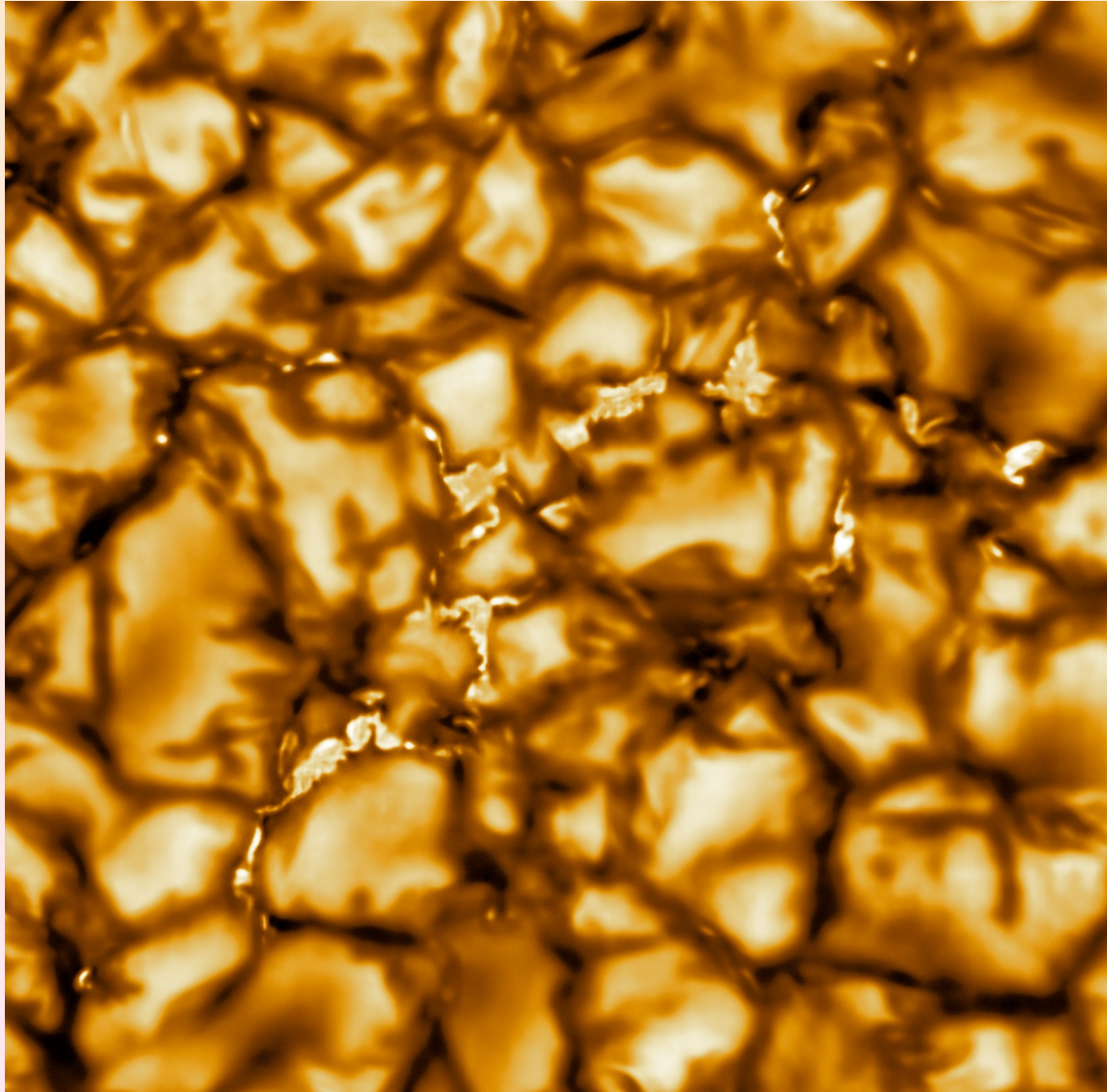
L'OPACITÀ DELLA MATERIA
INFATTI DIPENDE DA;

(a) TIPO DI ATOMI PRESENTI NELLA
MATERIA STELLARE, CIOÈ DALLA
COMPOSIZIONE CHIMICA.

(b) LIVELLO DI IONIZZAZIONE
DEGLI ATOMI STESSI (CIOÈ DAL
NUMERO DI PARTICELLE LIBERE
PRESENTI NEL PLASMA
TERMALIZZATO)

Nota: Abbiamo parlato di come il gradiente termico sia fortemente condizionato dalla ricombinazione graduale di elementi più pesanti dell'idrogeno (metalli). Ma le percentuali di questi ultimi sono molto basse. Ciò indica la pesante influenza della composizione chimica del gas sullo sviluppo della convezione e quindi sulla struttura fisica delle stelle.

Struttura granulare = celle convettive

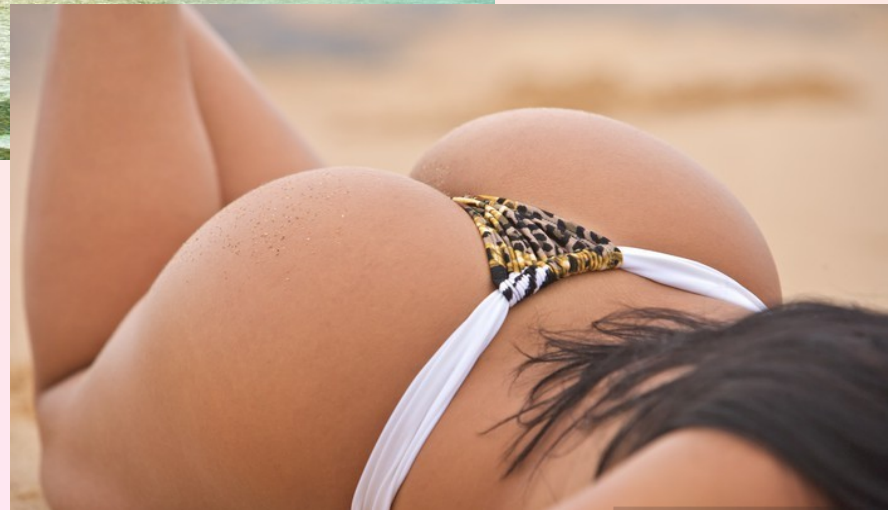
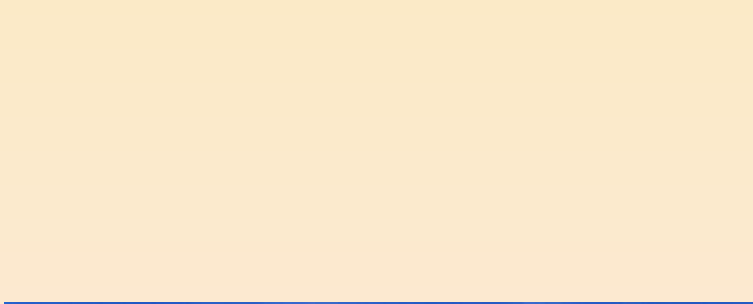


LA CONVERSIONE
SOLARE È PREZIOSA
PERCHÉ OMogeneizzando
L'OPACITÀ DENTRO LA STELLA
RIDUCE LA PROBABILITÀ CHE
LA RADIAZIONE DI FREQUENZA
PIÙ ALTA ARRIVI FINO A NOI...



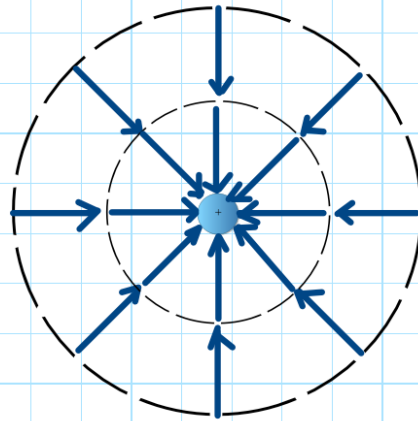
CONSENTENDO

- (a) LO SVILUPPO DELLA VITA,
- (b) DI CONDIZIONI ADATTE ALLA
SUA EVOLUZIONE
- (c) E A NOI, ESSERI DOTATI DI
INTELLIGENZA DI AMMIRARE
PAESAGGI COME QUESTI



Collasso gravitazionale e scala di tempi di evoluzione dinamica

MODELLO MATEMATICO: IL COLLASSO GRAVITAZIONALE SFERICO



TUTTA LA
STRUTTURA SI
CONTRADE:
OGNI ELEMENTO
DI MATERIA m VIENE
ATTRATTO SEMPRE

DALLA MASSA TOTALE
 M IN CONTRAZIONE.

Applichiamo la conservazione dell'energia all'elemento di materia m

TEMPO DI COLLASSO

(SCALA DI TEMPO TIPICA DI EVOLUZIONE DINAMICA)

CONSERVAZIONE
DELL'ENERGIA
MECCANICA TOTALE
APPLICATA
A UN
ELEMENTO
DI MASSA
 m

$$E_{\text{tot}} = T + U = - \frac{GMm}{R}$$

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 - \frac{GMm}{r} = - \frac{GMm}{R}$$

$$\dot{r}^2 = -2GM \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

Calcoli ... giusto per far vedere come sono ...

$$\frac{dr}{dt} = -\sqrt{\frac{2GM}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} < 0$$

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{\frac{2GM}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}}$$

$$t_{\text{coll}} = - \int_R^0 \frac{r^{1/2} dr}{(2GM)^{1/2} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/2}} = \frac{1}{(2GM)^{1/2}} \int_0^R \frac{r^{1/2} dr}{\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/2}}$$

RISOLVO CON SOSTITUZIONE

$$\begin{cases} t = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/2} & t^2 = 1 - \frac{r}{R} \\ \frac{r}{R} = 1 - t^2 & r = R(1 - t^2) \\ dr = -2Rt dt \\ r=0 \Rightarrow t=1 & r=R \Rightarrow t=0 \end{cases}$$

$$t_c = -2 \left(\frac{R^3}{2GM} \right)^{1/2} \int_1^0 \frac{(1-t^2)^{1/2} dt}{t} = \left(\frac{2R^3}{GM} \right)^{1/2} \int_0^1 (1-t^2)^{1/2} dt$$

SOSTITUZIONE

$$t = \sin \theta \quad dt = \cos \theta d\theta$$

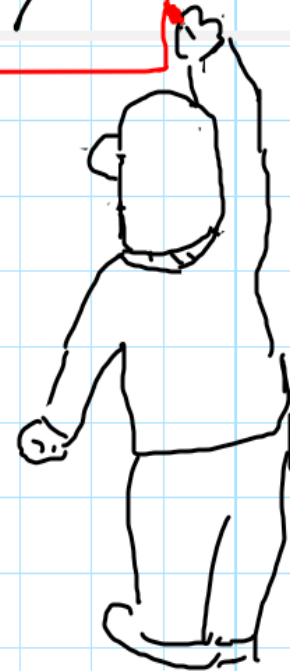
$$t=1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$t=0 \rightarrow \theta = 0$$

$$\left(\frac{2R^3}{GM} \right)^{1/2} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta = \left(\frac{2R^3}{GM} \right)^{1/2} \left[\frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi/2}$$

... e il cretino che li ha fatti

$$t_{\text{coll}} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{2R^3}{GM} \right)^{1/2}$$



Anche perché bene o male è sempre una idealizzazione (che non tiene conto di forze frizionali che ci saranno sicuramente), e poi si poteva ricavare una stima approssimata in modo molto più semplice ...

... ad esempio usando banalmente la legge della caduta dei gravi ad accelerazione costante ...

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = R \quad g = \frac{GM}{R^2}$$

$$t = \left(\frac{2h}{g} \right)^{1/2}$$

$$t_{\text{coll}} < \left(\frac{2 R^3}{GM} \right)^{1/2} = \left(\frac{3}{2\pi G \rho} \right)^{1/2}$$



$$\left(\frac{3}{2\pi G\rho} \right)^{1/2} \approx \frac{1}{4} \left(\frac{3\pi}{2 G\rho} \right)^{1/2}$$

$$\left(\frac{3}{2\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{G\rho}}$$

||

$$\frac{0,7}{\sqrt{G\rho}}$$

$$\left(\frac{3\pi}{32} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{G\rho}}$$

||

$$\frac{0,5}{\sqrt{G\rho}}$$

NON C'È POI
COSÌ TANTA
DIFFERENZA...

Se ne deduce che il tempo di evoluzione dinamica è tanto maggiore quanto minore è densità. Perciò quando il combustibile nucleare non è più sufficiente a mantenere in equilibrio la stella, i suoi strati più esterni tendono a “cadere” più lentamente di quelli nella zona centrale e ciò è all’origine del diverso comportamento del nucleo e dell’involuppo stellare nella transizione dalla fase dell’idrogeno a quella dell’elio ...

... ma questa è un'altra storia ...

RICAPITOLANDO :
PER FORMULARE UN
MODELLO DI STRUTTURA
STELLARE SERVONO:

1) EQUILIBRIO IDROSTATICO
(MECCANICA E STABILITÀ)
DI UN MEZZO CONTINUO)

2) EQUAZIONE DI STATO DI UN
GAS PERFETTO (TERMODINAMICA E 1° PRINCIPIO)

3) PRODUZIONE DI ENERGIA
PER REAZIONI DI FUSIONE
TERMONUCLEARE (FISICA DEL
NUCLEO)

4) EQUAZIONE DEL TRASPORTO
RADIATIVO (INTERAZIONI TRA
RADIAZIONE E MATERIA E OPACITÀ,
FISICA DELL'ATOMO)

5) CONTINUITÀ DELLA MATERIA
(CONSERVAZIONE DELLA MASSA).

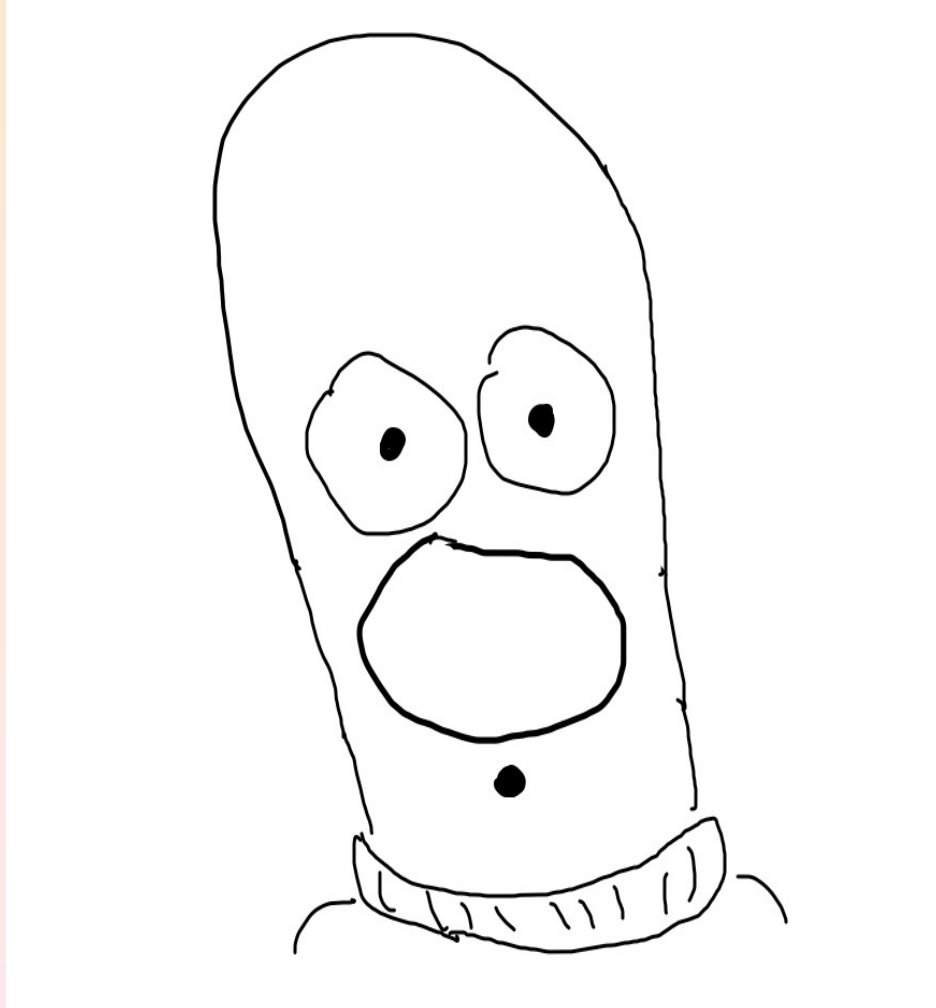
Queste sono le leggi che si applicano ai modelli stellari. Ora mescoliamo tutti gli ingredienti e vediamo cosa viene fuori:

Struttura ed evoluzione stellare

Prossimamente su questi schermi

(guest star: Dott. Massimiliano Matteuzzi)

Vi aspettiamo numerosi ...



... e attentissimi!