PIANETI EXTRA SOLARI

ELEMENTI DI MECCANICA 1:

CENTRO DI MASSA

CONSIDERIAMO UN SISTEMA DI m PUNTI MATERIALI
DI MASSE m_i $(i = 1, m)$:

PER LA II^a LEGGE DELLA DINAMICA

$$m \cdot a = F$$

MASSA · ACCELERAZIONE = FORZA QUINDI

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{ACCELERAZIONE} \\ \text{DELLA MASSA} \\ i\text{-esima}}}{m_i \cdot \vec{a}_i} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RISULTANTE DELLE} \\ \text{FORZE APPLICATE} \\ \text{A } m_i}}{\vec{F}_i}$$

SOMMANDO SU TUTTE LE MASSE DEL SISTEMA

$$\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \underbrace{\sum_{i=1}^{m} \vec{F}_{ext_i}}_{\substack{\text{RISULTANTE} \\ \text{FORZE} \\ \text{ESTERNE}}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1} \vec{F}_{ij}}_{\substack{\text{RISULTANTE} \\ \text{FORZE} \\ \text{INTERNE}}}$$

MA PER IL TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA
(AZIONE - REAZIONE) SE m_i ESERCITA SU m_j UNA
FORZA $\vec{F}_{ij}$, m_j REAGISCE ESERCITANDO SU m_i UNA FORZA $\vec{F}_{ji}$
UGUALE IN MODULO MA CON VERSO OPPOSTO, $\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}$

QUINDI LA RISULTANTE DI TUTTE LE
FORZE INTERNE AL SISTEMA È NULLA

$$\sum_i \sum_j \vec{F}_{ij} = 0$$

QUINDI $$\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{m} \vec{F}_{ext\,i}$$

CIOÈ L'ACCELERAZIONE DEL SISTEMA È DETERMINATA
SOLO DALLA RISULTANTE DELLE FORZE ESTERNE ...

⇓

MA CHE COSA SIGNIFICA "ACCELERAZIONE
DEL SISTEMA"? È POSSIBILE CONSIDERARE IL
SISTEMA COME UN SINGOLO PUNTO MATERIALE?

RISPOSTA: SÌ, SI PUÒ DESCRIVERE IL MOTO DI "TRASLAZIONE"
DEL SISTEMA COME MOTO DI UN PUNTO DETTO
"CENTRO DI MASSA"

SE IL CORPO È SOGGETTO A FORZE ESTERNE $\vec{F}_{ext_i}$
TALI CHE LA LORO RISULTANTE È $\sum_{i=1}^{m} \vec{F}_{ext_i} \neq 0$,
IL CENTRO DI MASSA È IL PUNTO CUI VIENE IMPRESSA
L'ACCELERAZIONE

$$\vec{A} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \vec{F}_{ext_i}}{\sum_{i=1}^{m} m_i} = \frac{\vec{F}_{TOT}}{M_{tot}}$$

POICHÉ $$\sum_{i=1}^{m} \vec{F}_{ext_i} = \sum_{i=1}^{m} m_i \vec{a}_i$$

ACCELERAZIONE DEL CENTRO DI MASSA. $$\vec{A} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i}$$ (MEDIA "PESATA" DELLE ACCELERAZIONI DELLE MASSE m_i)

E DOV'È QUESTO PUNTO?

DIMOSTRIAMO CHE LA SUA POSIZIONE VETTORIALE È

$$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i}$$ (MEDIA PESATA DELLE POSIZIONI DELLE MASSE m_i)

CALCOLO LA VELOCITÀ MEDIA NELL'INTERVALLO DI TEMPO Δt
(PER $\Delta t \to 0$, LA RELAZIONE DIVENTA VALIDA PER LA VELOCITÀ
ISTANTANEA)

$$\vec{V} = \frac{\vec{R} - \vec{R}_0}{t - t_0} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{r}_i - \sum_{i=1}^{m} m_i \vec{r}_{0i}}{\Delta t \left(\sum_{i=1}^{m} m_i\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_{0i}}{\Delta t}}{\sum_{i=1}^{m} m_i} \Rightarrow$$

$t - t_0 = \Delta t$

VELOCITÀ DEL CENTRO DI MASSA $$\vec{V} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i}$$ (MEDIA PESATA DELLE VELOCITÀ)

⟶ SEGUE

E DALLA VELOCITÀ RICAVIAMO L'ACCELERAZIONE

$$\vec{A} = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t - t_0} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{v}_i - \sum_{i=1}^{m} m_i \vec{v}_{0i}}{\left(\sum_{i=1}^{m} m_i\right) \cdot \Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \frac{\vec{v}_i - \vec{v}_{0i}}{\Delta t}}{\sum_{i=1}^{m} m_i}$$

$\Delta t = t - t_0$

COSÌ RITROVIAMO

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i}}$$

RICAPITOLANDO

CENTRO DI MASSA DI UN SISTEMA

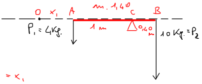
POSIZIONE:

$$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i}$$

$\Longrightarrow$ IN UN SISTEMA DI ASSI CARTESIANI

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i} \\ y_c = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i} \\ z_c = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i} \end{cases}$$

IL GIOCO DELL'EQUILIBRIO ...



DOVE DEVO SOSTENERE L'ASTA PER EQUILIBRARE I 2 PESI?

$OA = x_1$
$OB = x_2$
$OC = x$

$$P_1 \cdot (x - x_1) = P_2 (x_2 - x)$$

$$P_1 x - P_1 x_1 = P_2 x_2 - P_2 x$$

$$P_1 x + P_2 x = P_1 x_1 + P_2 x_2$$

$$(P_1 + P_2) x = P_1 x_1 + P_2 x_2$$

$$(m_1 + m_2) \cancel{g} x = (m_1 x_1 + m_2 x_2) \cancel{g}$$

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

POSSIAMO ESTENDERE LA DIMOSTRAZIONE AGGIUNGENDO IN SUCCESSIONE $m_3, m_4 \dots$ IN $x_3, x_4 \dots x_m$.

$\Downarrow$

IL BARICENTRO SUL SUOLO TERRESTRE (PER CORPI MOLTO PIÙ PICCOLI DEL RAGGIO TERRESTRE) COINCIDE COL CENTRO DI MASSA.

— POI ... SE LA SOMMA DELLE FORZE ESTERNE È 0 (SISTEMA "ISOLATO")

$$\vec{A} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i} = 0$$

QUINDI

$$\vec{V} = \frac{\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{m} m_i} = \text{COSTANTE}$$

E POICHÈ LA MASSA $M_{TOT} = \sum_{i=1}^{m} m_i$ È UNA COSTANTE NELLA FISICA NON RELATIVISTICA

$$\sum_{i=1}^{m} m_i \vec{v}_i = \underbrace{\sum_{i=1}^{m} \vec{q}_i}_{\text{"QUANTITÀ DI MOTO TOTALE DEL SISTEMA.}} = \vec{Q}_{TOT} = \text{COSTANTE}$$

$\Downarrow$

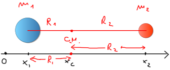
— PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO:
IN UN SISTEMA ISOLATO LA QUANTITÀ DI MOTO TOTALE (SOMMA DELLE QUANTITÀ DI MOTO DEI SUOI COMPONENTI) SI CONSERVA.

ESEMPI NELLO SPAZIO:

- UN SISTEMA STELLARE (STELLE DOPPIE O MULTIPLE)
- UN SISTEMA PLANETARIO (SOLE + PIANETA / PIANETI)

SISTEMA DI STELLE DOPPIE O STELLA - PIANETA

CENTRO DI MASSA



$$\frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = x_c$$

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = (m_1 + m_2) x_c$$

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = m_1 x_c + m_2 x_c$$

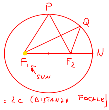
$$m_2 x_2 - m_2 x_c = m_1 x_c - m_1 x_1$$

$$m_2 (x_2 - x_c) = m_1 (x_c - x_1)$$

$$\boxed{m_2 R_2 = m_1 R_1}$$

LEGGI DI KEPLERO

(I) I PIANETI DESCRIVONO ORBITE ELLITTICHE E IL SOLE OCCUPA UNO DEI FUOCHI



$PF_1 + PF_2 =$
$= QF_1 + QF_2 =$
$= NF_1 + NF_2 = 2a$
(COSTANTE)

$F_1F_2 = 2c$ (DISTANZA FOCALE) a = SEMIASSE MAGGIORE

CONSEGUENZE:

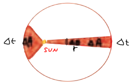
(1) SE L'ORBITA È ELLITTICA E IL SOLE OCCUPA UN FUOCO DELL'ELLISSE, IL PIANETA NEL SUO MOTO ORBITALE CAMBIA LA SUA DISTANZA DAL SOLE.

(2) L'ORBITA CIRCOLARE RAPPRESENTA UN CASO PARTICOLARE DI ORBITA ELLITTICA (CON ECCENTRICITÀ NULLA). IN TAL CASO IL SEMIASSE MAGGIORE COINCIDE COL RAGGIO E LA DISTANZA DEL PIANETA DAL SOLE NON CAMBIA LUNGO IL SUO MOTO ORBITALE.

(II) IL RAGGIO-VETTORE DI OGNI PIANETA "SPAZZA" AREE UGUALI IN TEMPI UGUALI

(LA VELOCITÀ AREOLARE DI OGNI PIANETA È COSTANTE)

⇓



$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{COSTANTE}$$

CONSEGUENZE:

– LA VELOCITÀ DEL PIANETA NEL SUO MOTO ORBITALE CAMBIA IN MODO CHE LA SUA COMPONENTE TRASVERSALE SIA INVERSAMENTE PROPORZIONALE ALLA DISTANZA DAL SOLE.

$$\Delta A = \frac{r\,\Delta\theta \cdot r}{2} \Rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \; ; \; \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

$$r\frac{d\theta}{dt} = v_\perp \qquad \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r \cdot v_\perp = \text{cost.}$$

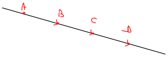
PER ORBITE CIRCOLARI $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} R v$, $R = \text{cost.} \Rightarrow v = \text{costante}$ (MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

– IL MOMENTO ANGOLARE DEL PIANETA È COSTANTE

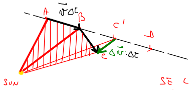
$$\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v} \Rightarrow L = m r v_\perp \quad \text{(MODULO)}$$

$$L = 2m\left(\frac{1}{2} r v_\perp\right) = 2m \frac{dA}{dt} = \text{COSTANTE}.$$

– LA FORZA GRAVITAZIONALE TRA IL SOLE E IL PIANETA È "RADIALE", CIOÈ DIRETTA LUNGO LA CONGIUNGENTE SOLE – PIANETA.



IN ASSENZA DEL SOLE PER IL I° PRINCIPIO DELLA DINAMICA LA VELOCITÀ DEL PIANETA RESTEREBBE COSTANTE



$$\overset{\triangle}{ABS} \cong \overset{\triangle}{BC'S}$$

SE LA VELOCITÀ AREOLARE È COSTANTE

$$\overset{\triangle}{BCS} \cong \overset{\triangle}{ABS} \cong \overset{\triangle}{BC'S}$$

MA PERCHÉ QUESTO SIA POSSIBILE $\overrightarrow{C'C} = \Delta\vec{v} \cdot \Delta t$ DEVE ESSERE PARALLELO A $\overline{BS}$ ($\vec{r}$),

POICHÉ $\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}$ È RADIALE (PARALLELA A $\vec{r}$).

(III) PER OGNI PIANETA VALE LA RELAZIONE

$$\frac{a^3}{T^2} = K \quad \text{COSTANTE KEPLERIANA}$$

DOVE a = SEMIASSE MAGGIORE

T = PERIODO DI RIVOLUZIONE

CONSEGUENZE:

– PER ORBITE CIRCOLARI $a = R$ RAGGIO ORBITALE

SEGUE ⟶

$$\frac{R^3}{T^2} = K .$$

POICHÉ IL MOTO È CIRCOLARE UNIFORME

CON $v = \frac{2\pi R}{T}$ E $a_c = \frac{2\pi v}{T} = \frac{4\pi^2 R}{T}$,

SEGUE CHE

$$4\pi^2 \frac{R^3}{T^2} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \cdot R = 4\pi^2 K$$

$$v^2 R = 4\pi^2 K \qquad v^2 = \frac{4\pi^2 K}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{4\pi^2 K}{R}} = 2\pi \sqrt{\frac{K}{R}} \iff \left(v \propto \frac{1}{\sqrt{R}} \right).$$

CIOÈ I PIANETI PIÙ VICINI AL SOLE HANNO UN MOTO PIÙ VELOCE.

(INOLTRE

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} \cdot \frac{R^2}{R^2} = 4\pi^2 K \implies a_c = \frac{4\pi^2 K}{R^2} \quad \text{ACCELERAZIONE CENTRIPETA}$$

$$F_p = m \cdot a_c = \frac{4\pi^2 K m}{R^2}$$

LEGGE DELL'INVERSO DEL QUADRATO DELLA FORZA GRAVITAZIONALE

IN UN SISTEMA ISOLATO PIANETA - SOLE

$$F_{PS} = - F_{SP} \qquad m_p a_p = M_S a_S \qquad \frac{a_p}{a_S} = \frac{M_S}{m_p} = \frac{\cancel{4\pi^2} K}{\cancel{R^2}} \cdot \frac{\cancel{R^2}}{\cancel{4\pi^2} K}$$

$$\frac{K}{\mathcal{K}} = \frac{M_S}{m_p} \quad \text{PERMUTANDO I MEDI} \quad \frac{K}{M_S} = \frac{\mathcal{K}}{m_p} = \frac{G}{4\pi^2}$$

SEGUE

$$F_g = m\, a_c = \frac{\cancel{4\pi^2} G M_S m_p}{\cancel{4\pi^2} R^2} = \boxed{\frac{G M_S m_p}{R^2}}$$

DALLA III^{A} LEGGE DI KEPLERO SEGUE LA FORMULA DELLA CAUSA DEL MOTO DEI PIANETI INTORNO AL SOLE: LA "LEGGE DELLA GRAVITAZIONE UNIVERSALE"

$$F_g = \frac{G m_1 m_2}{d^2}$$

m_1, m_2 MASSE

d DISTANZA TRA m_1 E m_2

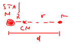
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$ COSTANTE GRAVITAZIONALE.

- K È DAVVERO UNA COSTANTE PER TUTTI I PIANETI DEL SISTEMA SOLARE?

(*) CASO DI UN SISTEMA SOLE - PIANETA (O STELLA DOPPIA):

LE DISTANZE DELLE MASSE m (PIANETA) E M (SOLE) DAL CENTRO DI MASSA DEL SISTEMA r E R SONO LEGATE DALLA RELAZIONE (GIÀ VISTA)

$$m\, r = M R$$



I 2 CORPI RUOTANO INTORNO AL LORO CENTRO DI MASSA PER EFFETTO DELLA FORZA GRAVITAZIONALE E LE LORO EQUAZIONI DEL MOTO ($m \cdot a = F$) SONO

$$m \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{G M m}{d^2} \qquad \text{DOVE } d = R + r$$

(e p)

$$M \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{G M m}{d^2}$$

SEGUE

$$+ \begin{cases} \cancel{m} \dfrac{4\pi^2 r}{T^2} = \dfrac{G M \cancel{m}}{d^2} \\ \cancel{M} \dfrac{4\pi^2 R}{T^2} = \dfrac{G \cancel{M} m}{d^2} \end{cases}$$

T È LO STESSO PER ENTRAMBI (VISTO CHE IL SISTEMA RUOTA INTORNO AL CENTRO DI MASSA)

SOMMANDO MEMBRO A MEMBRO

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(R + r) = \frac{G(M+m)}{d^2} \implies \frac{d^2}{4\pi^2} \frac{\cancel{4\pi^2}}{T^2} d = \frac{G(M+m)}{\cancel{d^2}} \frac{\cancel{d^2}}{4\pi^2}$$

SI HA

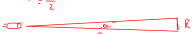
$$\boxed{\frac{d^3}{T^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}} \longrightarrow$$

LA COSTANTE KEPLERIANA NON È UNA "COSTANTE" (LO È SOLO NELL'APPROSSIMAZIONE PER CUI $m \ll M$).

APPLICAZIONE ALLA RICERCA DEI PIANETI EXTRA-SOLARI

- MISURA DEL MOTO PROPRIO PERIODICO DI UNA STELLA

$a'' = \frac{d''}{2}$ RAGGIO ORBITALE "APPARENTE"



(DISTANZA DELLA STELLA)

$$R = \frac{a''}{206265} \cdot D \quad \text{SEMIASSE ORBITALE DELLA STELLA} \implies \begin{cases} d = R + r \\ M R = m r \\ \dfrac{d^3}{T^2} = \dfrac{G}{4\pi^2}(M+m) \end{cases}$$

CON T MISURABILE DIRETTAMENTE E M CALCOLABILE IL SISTEMA FORNISCE LE 3 QUANTITÀ INCOGNITE m, d, r QUINDI ANCHE IL SEMIASSE MAGGIORE O RAGGIO ORBITALE DEL PIANETA.

ESEMPIO:

DA $$\frac{d^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}(M+m)$$

POICHÉ $MR = mr \Rightarrow m = \frac{MR}{r}$

$$\frac{d^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}\left(M + \frac{MR}{r}\right) = \frac{G}{4\pi^2} M\left(1+\frac{R}{r}\right) = \frac{G}{4\pi^2} M \frac{\overset{d}{\overset{''}{R+r}}}{r}$$

$$\frac{d^{\cancel{3}\,2}}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2} M \frac{\cancel{d}}{r} \Rightarrow d^2 r = \boxed{\frac{G}{4\pi^2} M T^2} = q$$

POICHÉ $r = d - R$

$$d^2(d-R) = K$$

$$d^3 - Rd^2 - K = 0$$ EQUAZIONE DI III° GRADO

SE VOLETE FARVI DEL MALE ...

APPENDICE: METODO RISOLUTIVO DELLE EQUAZIONI DI III° GRADO.

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \Rightarrow x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$$

$$x = y - \frac{b}{3a} \qquad y^3 - \frac{b}{a}y^2 + \frac{b^2}{3a^2}y - \frac{b^3}{27a^3} +$$

$$+ \frac{b}{a}\left(y^2 + \frac{b^2}{9a^2} - 2\frac{b}{3a}y\right) + \frac{c}{a}\left(y - \frac{b}{3a}\right) + \frac{d}{a} = 0$$

$$y^3 - \cancel{\frac{b}{a}y^2} + \underline{\frac{b^2}{3a^2}y} - \frac{b^3}{27a^3} + \cancel{\frac{b}{a}y^2} + \frac{b^3}{9a^3} - \underline{\frac{2b^2}{3a^2}y} +$$

$$+ \underline{\frac{c}{a}y} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} = 0$$

$$y^2 - \frac{b^2}{3a^2}y + \frac{c}{a}y - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} = 0$$

$$y^2 + py + q = 0 \qquad p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}$$

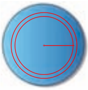
$$x = y - \frac{b}{3a} \qquad q = \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} - \frac{b^3}{27a^3}$$

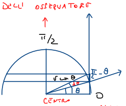
$$y = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} + \frac{b^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} + \frac{b^3}{27}}}$$

$$x = \sqrt[3]{\qquad} + \sqrt[3]{\qquad} - \frac{b}{3a}$$

SI SOSTITUISCONO I COEFFICIENTI E ...

AUGURI!





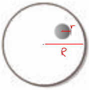
ELEMENTO DI SUPERFICIE RADIANTE

$2\pi r\cos\theta \; r\,d\theta \cdot \sin\theta \leftarrow$ IN PROIEZIONE PERPENDICOLARE ALLA DIREZIONE DELL' OSSERVATORE

$$2\pi R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta \, d\theta = 2\pi R^2 \left[\frac{\sin^2\theta}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \boxed{\pi R^2}$$

AREA TRASVERSALE DI IRRAGGIAMENTO

$L = I\pi R^2$ LUMINOSITÀ DEL "DISCO STELLARE"



OSCURAMENTO:

- AREA COPERTA DAL PIANETA πr^2
- AREA DI IRRAGGIAMENTO πR^2

PROFONDITÀ DI TRANSITO

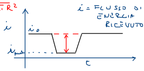
$$\delta = \frac{\text{INTENSITÀ OSCURATA DALL'ECLISSE PLANETARIA}}{\text{INTENSITÀ TOTALE}} = \frac{\cancel{I}\pi r^2}{\cancel{I}\pi R^2}$$

$\delta = \frac{r^2}{R^2}$ → r = RAGGIO DEL PIANETA
→ RAGGIO STELLARE.

INTENSITÀ O FLUSSO LUMINOSO STELLARE SULLA SUPERFICIE FOTOSFERICA

$I = \frac{L}{4\pi R^2}$

i = FLUSSO DI ENERGIA RADIANTE RICEVUTO



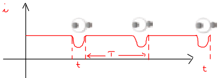
$i_0 = \frac{L}{4\pi d^2}$ $\quad i_{min} = \frac{L(1-\delta)}{4\pi d^2}$

$$\boxed{\delta = \frac{i_0 - i_{min}}{i_0}}$$

— DALLA PROFONDITÀ DI TRANSITO, CONOSCENDO IL RAGGIO DELLA STELLA SI RICAVA IL RAGGIO DEL PIANETA

POI ... SE t = DURATA DELL' ECLISSE

E T = PERIODO DELL'ECLISSE → PERIODO ORBITALE DEL PIANETA.



SE v È LA VELOCITÀ ORBITALE DEL PIANETA (CHE SUPPONIAMO, PER SEMPLICITÀ, COSTANTE)

$v\,t = 2R$ DIAMETRO STELLARE

$v\,T = 2\pi r_0$ CIRCONFERENZA DELL'ORBITA

$\Downarrow$

$$\frac{T}{t} = \frac{\cancel{2}\pi r_0}{\cancel{2}R} \Rightarrow \boxed{r_0 = \frac{T R}{\pi t}}$$

RAGGIO ORBITALE DEL PIANETA

POSSO APPLICARE LA III^a LEGGE DI KEPLERO

$$\frac{d^3}{T^2} = K = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}$$ COSTANTE KEPLERIANA.

SE R_0 = RAGGIO ORBITALE DELLA STELLA

r_0 = RAGGIO ORBITALE DEL PIANETA

DA $\begin{cases} R_0 + r_0 = d \\ M R_0 = m r_0 \end{cases}$ $\Rightarrow M + m = M + \frac{M R_0}{r_0} = M\left(1 + \frac{R_0}{r_0}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow M+m = M\left(\frac{r_0+R_0}{r_0}\right) = \frac{M d}{r_0}$

$$d^{\cancel{3}\,2} = \frac{G T^2}{4\pi^2} \frac{M \cancel{d}}{r_0} \Longrightarrow d = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{GM}{r_0}} \leftarrow \text{MASSA STELLA}$$

CONOSCENDO M RICAVIAMO d

$d \Rightarrow M+m = \frac{4\pi^2 d^3}{G T^2} \Rightarrow m = \frac{4\pi^2 d^3}{G T^2} - M.$

E RICAVIAMO m. (MASSA PIANETA)